

**PRIMERA CARTA DE VARIGNON A LEIBNIZ**

**(Paris, 28 de septiembre de 1701**

**GM IV 89-90**

[véanse notas 12, 194, 195, 224, 627]

[89] Permítame Vd que me tome la libertad de asegurarle mis más humildes respetos para hacerle saber que se está extendiendo por aquí un Escrito bajo su nombre [GM V 350] en relación con la polémica que, como Vd sabe, estoy manteniendo yo con el Sr. Rolle en torno al cálculo de Vd, que él califica de banal y paralogístico. Mr. L'abbé Gallois, que es quien la agita, difunde aquí la especie de que Vd había declarado que por *diferencial* o *infinitamente pequeño* no entiende más que una magnitud sin duda muy pequeña, pero siempre fija y determinada, algo así como es la Tierra con respecto al firmamento, o como un grano de arena respecto de la Tierra. Yo, por el contrario, he llamado *infinitamente pequeño* o *diferencial* de una magnitud a aquello en lo que dicha magnitud es inagotable (inépuisable). Quiero decir, yo he llamado *infinito* o *indefinido* a todo lo inagotable, e *infinitamente* o *indefinidamente pequeño* con respecto a una magnitud a aquello en lo que dicha magnitud es inagotable. De aquí yo he concluido que en el cálculo diferencial las expresiones *infinito*, *indefinido*, *inagotable en magnitud*, *más grande que cualquier magnitud que pueda asignarse* o *indeterminablemente grande* significa lo mismo, de la misma manera que *infinitamente* o *indefinidamente pequeño*, *más pequeño que cualquier magnitud que pueda asignarse* o *indeterminablemente pequeño*. Le suplico, Señor, que tenga a bien enviarme su opinión sobre esto, a fin de parar a los enemigos de este cálculo, que abusan de su nombre para engañar a los ignorantes y a los simples. El profesor de matemáticas de los Jesuitas de aquí [Pinson, GM IV 95s] me ha dado a ver este Escrito que, me dice, le ha sido enviado de parte de Vd para ser publicado en el *Journal de Trevoux*, como [90] una aclaración de las dificultades que se han suscitado sobre el infinito con ocasión del nuevo método del Sr. Bernoulli de Basilea [Jacob] para encontrar los radios osculantes de las curvas algebraicas, que también ha sido publicado con muchos errores. Digo que he visto este Escrito, que no es de la mano de Vd, salvo algunas correcciones entre líneas que sí me han parecido escritura suya. Lo único que Vd dice allí (en cuanto puedo recordar) es que sus diferentes géneros de infinitos o de infinitamente pequeños se deben considerar como se hace ordinariamente con el firmamento en comparación con la Tierra y la Tierra en relación con un grano de arena; de manera que en relación al firmamento la Tierra sería una diferencial de primer grado, y un grano de arena lo sería de segundo. Como no pude negar que este Escrito fuera de Vd, yo le dije al Padre que esto no era sino una comparación grosera para hacerse entender por todo el mundo. No obstante, los enemigos de su cálculo no dejan de pavonearse y la toman como una declaración neta y precisa de su doctrina sobre esta materia. Por ello, le suplico, Señor, que tenga a bien enviarnos cuanto antes esta declaración justa y precisa de su opinión sobre el asunto, dirigida a nuestro ilustre amigo el Sr. Bernoulli de Gröningen o a mí mismo, si me considera digno de este honor, a fin de hacer callar, si es posible, o al menos confundir a estos enemigos de la verdad. Seguramente el Sr. Bernoulli le habrá hablado a Vd ya de los burdos paralogismos del Sr. Rolle; yo le he enviado un paquete esta vez, del que él le hará partícipe a Vd. Pero, como todas estas gentes deshonrarían a la Academia, le pido, por favor, el secreto sobre todo ello.

Perdón, Señor, por la libertad que me estoy tomando al escribirle así de directo: es para liberar a nuestro ilustre y querido amigo, el Sr. Bernoulli, del trabajo de copiar para Vd una carta tan larga. El ha tenido la bondad de presentarle a Vd de tiempo en tiempo mis humildes respetos y de asegurarle la profunda veneración que profeso a su excepcional mérito, Le ruego acepte que son éstos los verdaderos sentimientos de mi corazón y de mi entero rendimiento, etc

-----

**PRIMERA RESPUESTA DE LEIBNIZ A VARIGNON**  
**(Hannover, 2 de febrero de 1702)**  
**GM IV 91-95**

[91] Un poco tarde respondo al honor de su carta de 29 de noviembre del año pasado, que hasta hoy no he recibido. Habiéndomela enviado el Sr. Bernoulli desde Gröningen, no llegó a Berlín hasta después de haber partido yo para volver a Hannover con la Reina de Prusia tras haberme Su Majestad concedido la gracia de formar parte de su séquito, todo lo cual retrasó mi llegada. Le estoy agradecido, Señor, a Vd y a sus sabios, por hacerme el honor de añadir algunas reflexiones a lo que yo había escrito a uno de mis amigos a propósito de lo publicado en el *Journal de Trevoux* contra el cálculo de las diferencias y de las sumas. No recuerdo bien de qué expresiones me pude servir, pero mi intención fue señalar que no hay necesidad de hacer depender el análisis matemático de las controversias metafísicas ni de afirmar que haya en la naturaleza estrictamente líneas infinitamente pequeñas en comparación con las nuestras ni que, igualmente, haya líneas infinitamente más grandes que las nuestras (y, sin embargo, terminadas, pues a mí me ha parecido que el infinito, entendido en rigor, debe tener su fuente en lo interminado, sin lo cual no veo yo el modo de encontrar un fundamento propio para distinguirlo de lo finito)<sup>5</sup>. A fin, pues, de evitar estas sutilezas, he creído que para hacer sensible a todo el mundo el razonamiento, bastaba con explicar aquí el infinito por lo incomparable, es decir, bastaba concebir magnitudes incomparablemente más grandes o más pequeñas que las nuestras; esto nos proporciona todo lo que necesitamos en cuanto a grados de incomparables, puesto que aquello que es incomparablemente más pequeño es innecesario introducirlo en el mismo cómputo con aquello que es incomparablemente más grande que él; en este sentido, una partícula de la materia magnética que atraviesa un cristal no es comparable con un grano de [92] arena ni este grano con el globo de la Tierra ni este globo con el firmamento. Bajo este efecto propuse una vez los lemas de los incomparables en las *Actas* de Leipzig [*Tentamen de motuum coelestium causis*, GM VI 161ss ], que pueden entenderse tanto de los infinitos estrictos como solamente de las magnitudes, puesto que no se computan unos respecto de los otros. Sin embargo, y al mismo tiempo, hay que entender que estos mismos incomparables comunes, al no ser en modo alguno fijos y determinados y pudiéndolos tomar tan pequeños como queramos en nuestros razonamientos geométricos, producen el efecto de los infinitamente pequeños rigurosos, puesto que de nuestro cálculo se sigue que el error sería menor que cualquier error que pudiera asignar un adversario que quisiera contradecir nuestro enunciado, de manera que está en nuestro poder tomar este incomparablemente pequeño, todo lo pequeño que se quiera, e igualmente siempre tomar una magnitud tan pequeña como queramos. Esto es, quizás, lo que Vd entiende, Señor, cuando habla de lo inagotable, y sin duda en esto consiste la demostración rigurosa del cálculo infinitesimal del que nosotros nos servimos, y que contiene de manejable lo siguiente: nos proporciona directamente y visiblemente, y de manera excelente para mostrar la fuente de nuestro invento, lo que los antiguos, como Arquímedes, sólo ofrecieron mediante rodeos en sus reducciones al absurdo, pues, a falta de un tal cálculo, no podían sino llegar a verdades o soluciones embarazosas, aunque poseyeran el fundamento de la invención. De aquí se sigue que, si alguien no admite líneas infinitas e infinitamente pequeñas en rigor metafísico o como cosas reales, puede servirse con seguridad de nociones ideales que abrevian el razonamiento, semejantes a las llamadas raíces imaginarias en el análisis común (como, por ejemplo,  $\sqrt{-2}$ ), las cuales, por imaginarias que las llamemos, no dejan de ser útiles o incluso necesarias para expresar analíticamente magnitudes reales; pues, así como es imposible, por ejemplo, expresar sin la intervención de las imaginarias el valor analítico de una recta, necesario para hacer la trisección de un ángulo dado, tampoco se podría establecer nuestro cálculo de las trascendentes sin emplear las diferencias que están a

---

<sup>5</sup> NB de Gerhardt: “El párrafo entre paréntesis debió de ser excluido de la copia de la carta enviada”.

punto de desvanecerse, pero tomando de una sola vez (tout d'un coup) lo incomparablemente pequeño en lugar de ir asignando siempre lo mas pequeño hasta el infinito. De este mismo modo se conciben también dimensiones superiores a tres y potencias cuyos exponentes no son números [93] ordinarios, todo ello para establecer ideas capaces de abreviar los razonamientos y fundadas en realidades.

No obstante, no debe uno imaginarse que mediante este procedimiento se degrade y reduzca a ficciones nuestra ciencia del infinito, pues siempre se conserva un infinito sincategoremático, como dice la Escuela, y permanece verdadero, por ejemplo, que 2 es tanto como  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} etc$ , que es una serie infinita, en la que todas las fracciones cuyos numeradores son la unidad y denominadores los correspondientes a una progresión geométrica doble, permanecen en ella contenidos a la vez, aunque no empleemos más que números ordinarios y no se haga entrar en ella ninguna fracción infinitamente pequeña o cuyo denominador sea un número infinito. Todavía más, lo mismo que las raíces imaginarias tienen su *fundamentum in re* hasta el extremo de que el difunto Sr. Huygens, cuando yo le comuniqué que  $\sqrt[2]{1 + \sqrt{-3}} + \sqrt[2]{1 - \sqrt{-3}}$  era igual a  $\sqrt[3]{6}$ , lo encontró tan admirable que me respondió que debía de haber allí dentro algo que nos es incomprensible, así igualmente puede decirse que los infinitos e infinitamente pequeños están de tal manera fundados que todo se verifica en la Geometría, e incluso en la naturaleza, como si hubiera perfectas realidades. De ello da testimonio no sólo nuestro Análisis geométrico de las Transcendentes, sino también mi ley de la continuidad, en virtud de la cual es lícito considerar el reposo como un movimiento infinitamente pequeño (esto es, como equivalente a una suerte de su contradictorio), y la contingüidad como una distancia infinitamente pequeña, y la igualdad como la última de las desigualdades, etc. Esta ley la expliqué y la apliqué en tiempos en las *Nouvelles de la République des Lettres* del Sr. Bayle con ocasión de las reglas del movimiento de Descartes y del P. Malebranche [GP III 51-55, y nota 194] y sobre la que más tarde hice notar (tras la segunda edición de las reglas de este Padre, poco después) que ellos no habían considerado debidamente toda su fuerza [nota 195]. No obstante, puede decirse en general que toda la continuidad es una cosa ideal y que nada hay jamás en la naturaleza que tenga partes perfectamente uniformes aunque, como contrapartida, lo real no deja de ser gobernado perfectamente por lo ideal y abstracto, de manera que las reglas de lo finito alcanzan lo infinito como si hubiera átomos (es decir, elementos asignables de la naturaleza) aunque no los hay en absoluto, pues la naturaleza está actualmente subdividida sin fin; y, a la inversa, las reglas de lo [94] infinito alcanzan lo finito como si hubiera infinitamente pequeños metafísicos aunque de ellos no tenemos necesidad alguna, pues la división de la materia jamás llega hasta partículas infinitamente pequeñas. De esta manera, todo se gobierna de acuerdo con la razón, y, si no fuera así, no habría ni ciencia ni regla, lo que en modo alguno sería conforme con la naturaleza del soberano príncipe.

Por otra parte, cuando la lectura del *Journal de Trevoux* me indujo a escribir algunas cosas sobre lo que allí se decía en contra del cálculo de las diferencias, confieso que no pensaba en la controversia que Vd, Señor, o más bien todos los que se sirven del cálculo de las diferencias, tienen con el Sr. Rolle. Tampoco sabía, hasta después de su última carta, que M. l'abbé Gallois, a quien siempre tengo en gran estima, tomara parte en ello. Quizás su oposición sólo se deba a su creencia de que nosotros fundamentamos la demostración de este cálculo en paradojas metafísicas, de las que yo mismo entiendo puede ser desligado. No me imagino que este sabio clérigo sea capaz de creer que este cálculo sea tan banal como parece decir el Sr. Rolle, según lo que Vd me informa, de quien por cierto aún no he visto ninguna obra publicada. No dejo, sin embargo, de suponer que esté dotado de penetración, y bien desearía yo que la dirigiera en una dirección que le abriera un campo excelente para hacer valer su talento en favor del incremento de las ciencias. No obstante, su oposición misma no dejará de servir a dilucidar las dificultades que los incipientes pueden encontrar en nuestro Análisis. Incluso pienso yo que, para establecer bien el fundamento de las ciencias, es muy importante que haya tales contradictores; los Escépticos combatían así los principios de la Geometría con otras tantas razones; el P. Gottigny, sabio jesuita, también

pretendió construir mejores fundamentos para el Álgebra, y los señores Cluver y Nieuwentijt han combatido últimamente, aunque de forma distinta cada uno, nuestro análisis infinitesimal. La Geometría y el Álgebra han subsistido, y yo espero que nuestra ciencia de los infinitos tampoco dejará de subsistir; y siempre le estará agradecida por las luces que sobre ella va Vd a alumbrar. Muchas veces he pensado que un geómetra que respondiera a las objeciones de Sexto Empírico y a las que Francisco Suarez [Sánchez], autor del libro ‘Que nada se sabe’, envió a Clavius o a otros semejantes, haría algo mucho más útil de lo que quizás uno imaginara. Por eso, no debemos lamentarnos [95] por el esfuerzo que habrá que hacer para justificar nuestro Análisis frente a toda clase de espíritus que sean capaces de comprenderlo. Pero sentiría mucho que tuviera Vd que detenerse demasiado en ello, pues Vd está en condiciones de avanzar en la ciencia con muchos y bellos descubrimientos. Espero tener el beneficio y el placer de estar informado regularmente, y quedo de Vd, etc.