

### 3. BREVE SÍNTESIS DE LAS CORRESPONDENCIAS LEIBNIZ- JOHANN BERNOULLI- JACOB HERMANN.

#### 3.1. Leibniz – Johann Bernoulli (1693-1698)

Cuando en diciembre de 1693 escribe su primera carta de presentación a Leibniz, Johann Bernoulli, un joven de 26 años, conoce ya el cálculo diferencial, lo ha estudiado de forma autodidacta en compañía de su hermano mayor, Jacob, lo ha discutido acaloradamente con él y se ha permitido el lujo de pasar el año 1691 en París instruyendo al Marqués de L'Hospital en aquel entorno malebranchiano nada propicio al nuevo análisis. Nacido en Basilea en 1667, se había graduado en Medicina, pero desde niño había sentido una profunda inclinación por el “estudio de la divina Matemática, que ofrece la clave para acceder a los más ocultos secretos de la naturaleza” (GM III 133). Los Bernoulli habían leído los escritos matemáticos de Leibniz aparecidos en las *Actas de Leipzig*: el *De vera proportione circuli ad quadratum circumscriptum* (1682), el *De dimensionibus figurarum* (1684) , el *Nova Methodus* (1684), el *De geometria recondita* (1686) y, probablemente, la *Brevis Demonstratio* contra Descartes, que se publicó en 1686 en la misma revista. Ambos hermanos trabajaron intensamente todos estos escritos, se llenaron de dudas, buscaron ellos mismos soluciones y sacaron sus propios teoremas, aplicados sobre todo a la construcción de nuevas curvas mecánicas (la isócrona, la cicloide...) . En diciembre de 1687 Jacob, 16 años mayor que su hermano Johann, escribe a Leibniz consultándole un problema relacionado con el *Demonstrationes de resistentia solidorum*, también en las *Actas de 1684* (GM III 10- 13; GM VI 106 -112). Leibniz, que ya ha emprendido su viaje a Italia, no conoce la carta hasta su vuelta en 1690. En su generosa respuesta, el filósofo no sólo atiende a los requerimientos del suizo acerca de la resistencia de sólidos, sino que amplía su discurso a la isócrona, la catenaria y la cicloide, celebra la excelencia del nuevo método para resolver estas curvas y no deja de

pedirle su opinión sobre la refutación de Descartes que acaba de hacer en la *Brevis Demonstratio* (GM III 13 -20). Jacob no contestó hasta octubre de 1695. A pesar, pues, de algunos malentendidos y de las dificultades, no siempre leales, que Jacob llegó a oponer, a veces públicamente, tanto al nuevo cálculo como a la Dinámica (cfr. notas 108, 123), Leibniz captó inmediatamente el extraordinario talento de los Bernoulli y los invitó a participar con él en la construcción de la nueva “Scientia Infiniti” que proyectaba (GM III 19, GM V 244).

Con esta invitación se inicia la correspondencia con Johann Bernoulli, “pues este nuevo método ---le dice Leibniz--- no es menos vuestro que mío” (GM III 136). En efecto, las once primeras cartas constituyen casi exclusivamente un diálogo y puesta a punto entre ambos de distintos aspectos del cálculo. Bernoulli ha trabajado el Tetragonismo leibniziano, el problema inverso de la tangente y diversas cuadraturas (GM III 141-151) y se interesa ahora por las ecuaciones mecánicas o transcendentales exponenciales, como  $x^x = y$ , que él resuelve mediante una estrategia que llama “ecuación percurrente” para facilitar el tratamiento logarítmico (GM III 139ss; 144ss; 153, y notas 7 y 8). En julio de 1694 Leibniz publica en las *Actas* un artículo sobre el uso del nuevo cálculo para la construcción de infinitas líneas dada la condición de la tangente (GM V 301-306), que Bernoulli saluda con fruición y sugiere, a su vez, nuevas aportaciones (GM III 151s). [En marzo del mismo año 94, recuérdese, Leibniz publica, también en las *Actas*, el *De primae philosophiae emendatione*, que sin duda Johann debió de leer]. Vuelven sobre la cuadratura del círculo y de la hipérbola y recuerda Leibniz sus trabajos de París (GM III 154-57); Bernoulli a su vez le recuerda también los suyos allí, con cuánta intensidad había defendido el nuevo cálculo ante los intelectuales parisinos y cómo él mismo, en polémica ya con Jacob, había llamado “integral” a la suma o recíproca de las diferencias (GM III 162s). Leibniz le recuerda su demostración de la isócrona, que había propuesto a Catelan y los cartesianos en 1687 como ejemplo de la necesidad del cálculo diferencial para la medida de las fuerzas (GM V 234-237, 241-243), problema que los Bernoulli también habían tratado. Le sigue el

debate sobre el “círculo osculatorio”; en 1686 Leibniz había publicado en las Actas su *Meditatio nova de natura anguli contactus et osculi* (GM VI 326-329). Hasta ahora ---decía Leibniz allí--- los geómetras han medido la inclinación de una línea en un punto mediante la recta tangente precisamente porque, frente a la dirección de la curva, la tangente conserva siempre la misma dirección. Pero si lo que queremos medir es el cambio de dirección o “flexura” de la curva misma, podemos hacerlo mediante un círculo “osculante” a la curva en el punto propuesto, ya que el círculo conserva también siempre una misma flexura o dirección, etc. (GM III 163,178, 185,201, y nota 35) . Surge el conflicto con Nieuwentijt sobre la noción de infinito y el rechazo que éste hacía de las diferencias de grado superior (GM III 195, y nota 33); y aparece la nueva edición (la primera era de 1686) del *Medicina Mentis* de Tschirnhaus, con el importante problema de construir tangentes a curvas definidas desde uno o varios focos que, tras un largo debate en el que habían intervenido Huygens, De L’Hospital y Fatio de Duillier, planteaba en términos puros geométricos la definición del centro de gravedad de un sistema y había dado origen en 1693 a la *Règle générale de la composition des mouvemens*, pieza clave que demostraba, según Leibniz, la conservación de la fuerza absoluta y la conservación de la cantidad de progreso (GM VI 231-234, y notas 34, 107).

Estamos así en 1695. Huygens acaba de morir y Johann Bernoulli acaba de leer (GM III 188) el *Specimen Dynamicum I* recién publicado en las *Actas* (GM VI 234-246) y prepara ya su marcha a la universidad de Gröningen (GM III 213,216). En adelante, sobre el bajo continuo de aquella inagotable creatividad matemática del suizo y la serena réplica del filósofo (la brachystochrona, las isoperímetras, etc.), se dibuja, con el contrapunto de variadas polémicas y toda clase de noticias y crítica de libros, la iniciación de Bernoulli en la nueva Dinámica, vale decir, en la nueva Metafísica, una verdadera inflexión en el rumbo de la correspondencia. Desde la carta 11 a la 40, podríamos decir que el tema central del debate es la refutación de la doctrina cartesiana de la conservación de la cantidad de movimiento en el choque de los cuerpos, para sustituirla por la

conservación de las fuerzas y la consiguiente conservación en el mundo de las acciones motrices (GM III 243-244). Para ello habrá que definir con precisión una Ciencia General de la Medida y poner de relieve el origen metafísico del principio de equipotencia entre la causa plena y el efecto entero (GM III 208-210, nota 39); habrá que distinguir cuidadosamente entre fuerzas y velocidades y entre repetición *modal* y repetición *real* de una medida (GM III 220), que pone en evidencia una nueva noción de inercia natural y de materia de los cuerpos y la universal elasticidad de los mismos. Todo ello será la puerta que nos introduzca en la *vis insita rebus* y en la verdadera noción de substancia, que tratarán ambos en cartas sucesivas con la inestimable oposición de de Volder. Desde el primer momento Leibniz tiene buen cuidado de señalar ---y Bernoulli demostrará brillantemente--- que todo este conjunto de teoremas no es sino la aplicación *dinámica* de la ley de Galileo que equipara las alturas a las que una fuerza puede elevar un cuerpo con el cuadrado de las velocidades y, sobre todo, es la aplicación del teorema central de la mecánica de Huygens sobre la conservación del centro de gravedad de un sistema de cuerpos (GM III 251 -253, 259s, 266-268). Desde estos dos teoremas fundamentales Leibniz transcenderá ---con el asombro de su corresponsal --- a definir tres conservaciones: la conservación de la fuerza *absoluta* no fenoménica de los cuerpos (  $Avv + Byy = Axx + Bzz$  , vale decir,  $Av^2$  ), que se muestra fenoménicamente en la conservación relativa de la fuerza *directiva* o de *progreso* (  $Av + By = Ax + Bz$  ) y en la conservación de las velocidades *respectivas* (  $v - y = z - x$  ) (GM III 260-261). Sólo si hay en los cuerpos una fuerza absoluta --- concluirá Leibniz--- son inteligibles todos nuestros teoremas y ecuaciones dinámicas (cfr. notas 80, 109).

Pero Bernoulli no se entrega de inmediato y las objeciones van apareciendo una tras otra, empezando por la clásica cartesiana: el hecho de que los cuerpos hagan ascensos proporcionales a los cuadrados de las velocidades no implica que también las fuerzas estén en la misma razón proporcional; tal proporción es debida a la resistencia de la materia ambiente o a la gravedad y, por lo tanto,

serán proporcionales los ímpetus y las resistencias, con lo que las fuerzas serán como las velocidades y no como el cuadrado de las velocidades (GM III 189s; respuesta de Leibniz GM III 193s y contrarréplica de Bernoulli GM III 202s, etc.). La segunda objeción discute si es necesaria la misma fuerza para elevar un peso en un solo tracto o por veces (GM III 214, 218s). Ello les lleva a una serie interminable de disquisiciones sobre la gravedad, cuya velocidad puede considerarse ‘infinita’ respecto de la velocidad del grave, que podría considerarse como ‘en reposo’, y respecto de la diferencia de velocidades finita entre un instante y el siguiente de la caída de un cuerpo, lo que permite a Leibniz desenmascarar, según él, el error de considerar como irrelevante esta última diferencia, tanto que el cuerpo inicie su movimiento como que incremente el que ya tiene, y deducir de aquí la resistencia activa propia de la masa (o mole) de cada cuerpo y establecer su distinción de repetición *modal* y *real*, de la que sacará consecuencias absolutamente ajenas a la ciencia mecánica que entonces se hacía (GM III 220, 223s, 227, etc., véase en el Apéndice el De *Legibus Naturae* y las notas 39, 293, 294). Por fin, Bernoulli, no sin abrigar todavía algunas dudas, que seguirá exponiendo, se rinde ante el planteamiento de Leibniz. “Me complacen mucho los argumentos que aduces sobre la medida de las fuerzas” ---le dice en la carta 20, GM III 223---, “y por fin me inclinan hacia tu posición”.

Entre tanto, Leibniz ha reanudado su polémica con Papin (GM III 238). Bernoulli, que parece desconocer la primera fase de la controversia con el francés, se lamenta ahora de haber “fatigado inútilmente la pluma”, repitiendo algunas de las objeciones ya resueltas: “Reconozco como enteramente válida tu posición --- concluye---; en adelante, no sólo no tendrá ella en mí un adversario, sino un defensor en cualquier ocasión que se presente” (GM III 230). A pesar de los argumentos de Leibniz en el *De Legibus Naturae* (1691), Papin sigue insistiendo en la mayor evidencia de la tesis cartesiana de la conservación de la cantidad de movimiento, no se niega a admitir *teóricamente* la imposibilidad del movimiento perpetuo mecánico, pero niega que en la *práctica* pudiera transmitirse

íntegramente la fuerza de un cuerpo mayor a otro menor. Bernoulli colabora brillantemente ahora con Leibniz en una doble refutación: en primer lugar, el análisis del choque oblicuo de los cuerpos demuestra que dicha transmisión es no sólo posible sino real (GM III 221, 223, 231 -235, 240, 255s, etc.); en segundo lugar, no es necesario que tengamos que construir *de facto* un experimento para que una ley de la naturaleza sea demostrable, como si a Arquímedes, cuando estudia la cuadratura, le negáramos la licitud de afirmar que una recta pueda ser igual a una curva por el hecho de no poder mostrar un caso concreto (GM VI 105, 107): la ciencia no trata sólo de hechos sino, sobre todo, de las razones de los hechos.

A pesar de la pertinacia de Bernoulli en seguir debatiendo con sofisticados argumentos y experimentos la equivalencia de los impulsos de la materia gravífica con los espacios recorridos por el móvil en vez de hacerlo con los tiempos (cartas 24, 26, 28, 30, 32), las posiciones de ambos correspondientes se van acercando (GM III 254, 263) “como dos líneas asíntotas” ---dice Bernoulli con una pizca de malicia---, “pues en lo esencial coinciden”. Es el momento, piensa Leibniz, de dar a conocer al amigo su otro gran argumento para probar la misma ecuación de las fuerzas motrices: es el argumento *a priori*, que Leibniz mantenía celosamente oculto a la espera de encontrar alguien que verdaderamente fuera capaz de comprenderlo. “Comunicártelo a ti ---le adelanta en enero de 1696--- es sembrar el grano en tierra fértil para que brote hermosa la planta” (GM III 240). El argumento *a priori* es un procedimiento analítico basado en una peculiar combinatoria de los conceptos abstractos de tiempo, espacio, potencia, acción y efecto. Formulado durante el viaje a Italia en el *Dynamica de Potentia* (GM VI 291s), había quedado inédito. Ahora se lo sugiere a Papin, tras enviarle el teorema del choque oblicuo, y lo discute largamente con Bernoulli, lo hará igualmente con de Volder, con el hermano Jacob y finalmente con Hermann. En síntesis muy apretada es lo siguiente. El argumento *a posteriori* consistía en colocar a un cuerpo en choque contra otro y medir la acción y la reacción, esto es, un efecto *violento* u obtenido a través de obstáculos externos, donde es irrelevante, según Leibniz, el tiempo empleado

para ello, importando sólo la medida de la cantidad de fuera producida. Ahora, en el argumento *a priori* se trata de un cuerpo cuya acción se produce horizontalmente, esto es, una acción *libre* o *pura* o *formal* y sin obstáculos ni resistencias externas y, por lo tanto, una acción cuya fuerza o potencia se desplegará en el tiempo ( $a = pt$ ), esto es, dicha potencia será mayor cuanto menor sea el tiempo empleado para producir el mismo efecto ( $p = a/t$ ) (GP II 190s). El argumento pivotaba precisamente sobre esta última afirmación: la acción que hace uniformemente lo mismo en tiempo más breve es mayor (GM III 286) o, como convendrá con de Volder, “tiene más realidad o más prestancia o perfección” (GP II 185, 188, 192, 196ss, 201s) y, “aunque todavía no he descubierto el modo de demostrarla *a priori* de forma matemática, por ella habría que empezar (GM III 286), “como un axioma” ---añadirá al fin Bernoulli (GM III 298). “Sin ella ---volverá a repetir Leibniz--- toda la medida de las fuerzas en la naturaleza carecería de valor” (GM III 312, GP II 185, 189). El debate sobre este axioma, ambiguo donde los haya, llenará bastantes páginas de la correspondencia con Bernoulli (GM III 250, 256-259, 265s, 275, 281s, etc.) y lo mismo ocurrirá con de Volder. Como era propio de su inmenso talento ---y de su inmenso arte de ‘sobredimensionar’ ecuaciones---, Leibniz elaboró una segunda fórmula puramente analítico-matemática, de la que extraía la misma ecuación que ‘se visualizaba’ en el silogismo construido sobre el axioma y que debería coincidir, naturalmente, con la ecuación conseguida en el argumento *a posteriori* (véanse las fórmulas en GM III 259, 275, 281, 286s; GP II 173s, 201- 205, y notas correspondientes). Había tres objeciones que se oponían a este argumento y que los correspondientes no dejaron de presentar. La primera era la siguiente: si en la naturaleza no hay acción sin reacción, ¿cómo comprender y medir una acción libre o pura, concebida abstractamente sin resistencia alguna? La segunda: en estas condiciones, ¿cómo se libera uno de la medida *modal* (donde sólo se considera la velocidad) para realizar una medida *real* (donde ha de computarse también la ‘inercia natural’ de los cuerpos), tal como el propio Leibniz había proclamado como algo esencial a su

teoría dinámica, derivado de la equipotencia entre la causa plena y el efecto entero? (GM III 220; GP II 191s). La tercera atacaba la ecuación leibniziana  $a = sv$ , donde define extensionalmente la acción como el producto del espacio (o efecto) por la velocidad, cuando ya en la noción de ‘espacio’ recorrido viene incluida la de ‘velocidad’: ¿por qué esta repetición de la velocidad? ¿no sería más razonable decir  $a = s$ , esto es, la acción es el espacio recorrido, o sea, el efecto producido? ¿y cómo coherer esta definición extensiva con la otra intensiva  $a = pt$ ? La solución algebraica, una vez admitido el axioma, era bien simple: por una parte,  $a = sv$ ;  $s = vt$ ;  $\rightarrow a = v^2t$ ; por otra, sustituyendo,  $a = pt = v^2t$ ;  $p = v^2$  para tiempos iguales. Pero la respuesta del filósofo a estas objeciones no podía ser más esotérica para un mecanicista que no alcanzara a comprender la noción leibniziana de substancia. Cuando en la acción *libre* o *formal* un estado del móvil es sustituido ---destruido--- por el siguiente en tanto que siguiente, es al mismo tiempo mantenido como *modificación* realmente idéntica con la causa, que permanece en su *espontaneidad*: “el efecto es el móvil mismo que, a velocidad dada, se sucede a sí mismo en el momento siguiente producido desde sí mismo con la misma velocidad procedente del momento anterior” ---dice Leibniz en un titánico esfuerzo por defenderse, pero donde late, escondida, su noción de substancia (GP II 191); por su parte, la resistencia forma parte de la misma espontaneidad interna del cuerpo (la ‘inercia natural’, το δυναμικόν) y, por lo tanto, añadir al espacio recorrido la velocidad a la que lo ejecuta no es reduplicar la velocidad, sino mostrar la prestancia o *activitas* de cada cuerpo, la cual, al ser contraria a su auto-resistencia, producirá una acción mayor cuanto menor sea ésta. Con ello el axioma, esto es, la expresión fenoménica de la substancia, nos reconduce a la misma conclusión a la que se había llegado en el argumento *a posteriori*. Como expondré detenidamente en los comentarios, esta fantástica construcción leibniziana nos conduce, quizás mejor que ninguna otra de las muchas que diseñó, al centro de su sistema dinámico-metafísico (véanse, entre otras, notas 72, 402, 693).



Entre tanto, el cerebro incombustible de Johann Bernoulli no descansa, y ha llegado uno de sus momentos de gloria: la brachystochrona. “Dados en un plano vertical dos puntos,  $A$  y  $B$ , averiguar el camino  $AMB$  por el que el móvil  $M$ , comenzando a moverse desde el punto  $A$  y descendiendo por la propia gravedad, llegue al punto  $B$  en el tiempo más breve” (GM III 283). Orgulloso de su invento, se lo envía así a Leibniz en junio de 1696; se trata --- le dice--- de una de esas líneas posibles, donde se busca aquélla que haga lo mínimo; este tipo de solución ya lo abordaste tu mediante series en el ejemplo de la catenaria” (GM III 283). En efecto, en 1691, y a ruego del hermano Jacob, Leibniz había propuesto a los matemáticos el problema de la catenaria, que él trazaba entonces como curva geométrica reduciéndola a logaritmos (*De linea, in quam flexile se pondere proprio curvat...* GM V 243-247, y notas 121, 176). Ahora ---dirá Bernoulli al comienzo de su texto --- no se trata de encontrar los máximos o los mínimos de una curva dada. “Lo que ocurre en nuestro caso es que las cantidades entre las que hay que elegir la máxima o la mínima no están ellas mismas más determinadas que aquello que se busca” (GM III 303). Era su particular manifiesto público y retador de la necesidad del cálculo infinitesimal. Leibniz, muy ocupado y cansado, saluda no obstante el enunciado del amigo como “un problema bellissimo (...) que me ha atraído como a Eva la manzana”. Inmediatamente le devuelve su solución, que ha obtenido no mediante las viejas series, sino elevando el asunto a su ecuación diferencial y reduciéndolo a la línea formada por los segmentos y la cuadratriz de la cuadratriz de su Tetragonismo aritmético, y añade como pitanza una nueva aplicación que, con ocasión de la brachystochrona --- “tachystoptota” o descenso más rápido, como él prefiere llamarla--- se le ha ocurrido en torno al triángulo rectángulo pitagórico (GM III 288s y 290-295, véase el texto de Leibniz en nota 132). Sorprendido por la rapidez y contundencia de Leibniz, Bernoulli le envía a vuelta de correo su propia solución, alardeando de haber descubierto en este problema perspectivas que ni el propio Leibniz había vislumbrado (GM III 298-300; véase el texto de Bernoulli en nota 136) . Una de estas

perspectivas era la coincidencia de la brachystochrona con la cicloide de Huygens, que un móvil describe en descensos isócronos cualquiera que sea el punto de la cicloide desde el que empiece a moverse; la nueva figura describe, además, la curvatura de un rayo de luz que se desplaza en un medio continuamente variable y se refracta hacia la perpendicular, como habían mostrado Fermat y luego Huygens en su *Tratado de la Luz*. Todas estas curvas ---dice exultante Bernoulli--- son la brachystochrona: son líneas de caída en el tiempo más breve. Y lo que es más sorprendente ---concluye su exposición--- es que ambas curvas, la cicloide isócrona de Huygens y la línea de descenso más rápido, sólo se dan bajo la hipótesis de caída de los graves de Galileo; en cualquier otra hipótesis, la naturaleza habría necesitado dos líneas: es que la naturaleza obra siempre de la manera más simple (GM III 308). Finalmente, Bernoulli define su *síncrona* o curva que corta como normal a todas las cicloides que tienen el mismo inicio, lo mismo que Huygens llamó ‘onda’ a la que corta como normal a todos los rayos que emanan del punto luminoso (GM III 309).

Como es bien sabido, la historia posterior de la brachystochrona está asociada a lo más genial de aquellos hombres excelente, pero también a lo más oscuro de la condición humana de aquellos mismos excelentes varones. En las cartas siguientes (a partir de la 28 en adelante) ambos correspondientes siguen debatiendo y produciendo noticias sobre este problema y sus consecuencias teóricas y sociales. Bernoulli, que ha comunicado su enunciado a sus amigos ---y discípulos--- Varignon y De L’Hospital (que no saben resolverlo, GM III 298s, 373), insiste a Leibniz para que lo envíe a Mencke, editor de las *Actas*, como un reto a los matemáticos (pensando, sobre todo, en el hermano Jacob) con fecha de final del año 1696 (GM III 298, 308, 310, 313s, 319, 322, 328), plazo que prorrogará hasta la primavera de 1697 con un premio ofrecido de 100 florines (GM III 332, 354, 368). Van llegando las soluciones bajo el escrutinio implacable de Bernoulli: la de “un cierto matemático parisino, llamado Sauveur” (mala solución: GM III 356, 357-360, 363), la del Marqués De l’Hospital (buena solución con reservas: GM

III 374s, 385s), una anónima procedente de La Haya (GM III 387), otra anónima publicada en las *Philosophical Transactions* inglesas, que sin duda es de Newton (GM III 387, 388s, 394), otra de N. Fatio de Duillier, publicada en Londres en opúsculo propio, donde el amigo íntimo de Newton se querellaba violentamente contra Leibniz por no haberlo incluido en la recensión de quienes habían resuelto el problema, y aprovecha la ocasión para acusar al filósofo de haber plagiado a Newton el cálculo (GM III 394, 406; GM V 331-336 la recensión de Leibniz, GM V 340-349 la réplica a Fatio). En su segunda convocatoria, Johann Bernoulli había añadido un segundo problema: “encontrar aquella curva,  $AB(B)$ , que tenga la propiedad de que dos segmentos que la cortan a uno y otro lado del punto  $B$ , elevados a cualquier potencia dada, construyan siempre la misma suma constante  $DB^e + D(B)^e = AB(B)$  (GM III 371s). Todos estos problemas fueron resueltos por Jacob Bernoulli (GM III 377) que, a su vez, provocó a todos los matemáticos (es decir, a su hermano Johann) a ofrecer la solución de otros aparentemente nuevos en torno a las cicloides y las isoperímetras (GM III 406, 407-413) que, desde su propia síncrona, resuelve Johann con no menos brillantez que orgullo (GM III 414-419).

Pero Leibniz está intensamente ocupado en múltiples asuntos (GM III 347-350, 434), sigue un poco a remolque la incontenible sagacidad del amigo y quiere ampliar el horizonte de la conversación a nuevos derroteros sobre la teoría de la ciencia. A propósito del punto de partida del argumento *a priori*, que Bernoulli había calificado de ‘axioma’, Leibniz le sugiere que todas nuestras demostraciones se fundamentan en definiciones y proposiciones idénticas, y que deberíamos tratar de demostrar nuestros axiomas siempre que fuera posible, pues nunca sabemos hasta dónde podemos llegar en la búsqueda de las nociones más primitivas. Le recomienda la lectura de su *Meditationes de veritate, cognitione et ideis*, publicado en las *Actas* de 1684 y le obsequia con esta perla: “Descartes pecó de dos maneras, dudando demasiado y saliendo de la duda con excesiva facilidad” (GM III 321), para pasar a continuación a demostrar el axioma de que ‘el todo es mayor que la

parte' (GM III 312, 316, 321). Pero, sobre todo, Leibniz quiere "hablar de cuestiones filosóficas" y trata de tirar de la lengua a su interlocutor: "Sabes que estoy elaborando un sistema nuevo (...) para explicar el problema de la unión del alma y el cuerpo (...) y otras muchas cosas bastante originales en metafísica (...), algunas ya publicadas (...), pero inspirado en fuentes todavía poco conocidas" (GM III 348s). ¿Cuáles eran estas fuentes? ---era la pregunta que Leibniz deseaba. A continuación hace referencia a su vieja polémica con Arnauld sobre la substancia y con Sturm sobre la actividad de la substancia (cfr. nota 162), y ocurren, para mayor abundamiento, tres circunstancias nuevas convergentes, que van a llevar a Bernoulli más allá de la 'utilización' del cálculo y más allá de la medida 'empírica' de las fuerzas: a) Basnage de Beauval, editor de la revista holandesa *Histoire des ouvrages de savans*, le promete enviar las *Animadversiones in Partem Generalem Principiorum Cartesianorum*, que Leibniz había redactado en 1692 y habían ido pasando de mano en mano a la búsqueda de editor (GM III 387, 395, 420, 422, y notas 170, 249, 321); b) Bernoulli recibe desde París una carta de Varignon, en la que éste se lamenta de encontrarse solo -- "un mártir", dice--- en defensa del nuevo cálculo ante los franceses (GM III 465); c) en julio de 1698 Bernoulli gira una visita a Leiden, donde se encuentra con su amigo Burcher de Volder, que tiene dificultades con el cálculo diferencial y está del lado de Papin en lo tocante a la naturaleza de los cuerpos y la medida de las fuerzas (GM III 505s).

En la lectura de las *Animadversiones* Bernoulli descubre el principio leibniziano de la continuidad que, como vimos, nunca llegó a comprender en su dimensión cósmica, se interesa por el origen de la dureza de los cuerpos, la doctrina leibniziana de los movimientos conspirantes y la gradual elasticidad de todos los cuerpos ("ni perfectamente duros ni perfectamente fluidos", decía Leibniz), todo lo cual dio origen a un esclarecedor debate sobre la 'razón metafísica' de la no existencia de átomos indivisibles y la división actual de la materia al infinito, que conduce a la noción de substancia simple (GM III 432, 438, 443, 446s, 461s, 565, 568, 570, etc.) . En la carta 77,

GM III 516, le escribe Leibniz estas sibilinas palabras: “De la división actual se sigue que en la más mínima parte de materia se contiene como un mundo compuesto a su vez de innumerables criaturas”. Pero como arrepintiéndose de haber ido demasiado lejos, vuelve por un momento al problema del infinito, que diariamente ambos manejaban, a fin de extraer de él el camino a la substancia, y añade: “Pero la pregunta ahora es si se da en algún modo una porción de materia que tenga con respecto a otra porción una razón inasignable, es decir, si se da una línea recta terminada por ambas partes y que, sin embargo, tenga respecto de otra recta una relación infinita o infinitamente pequeña. En el cálculo aceptamos esto último como algo útil; pero de aquí no se sigue que deba darse también en la naturaleza” (GM III 516, 518).

Esta última e intrigante afirmación le permite a Leibniz conectar las consecuencias dinámicas que Bernoulli había extraído de las *Animadversiones* con el nuevo debate sobre los infinitésimos, la segunda circunstancia que acabo de señalar. “Veo que debiste de escribir a Varignon cosas profundas e ingeniosas sobre la variación infinita de los cuerpos” ---le dice en la carta 75, GM III 499---, para añadir a continuación: “Tal vez los infinitos que nosotros concebimos y los infinitamente pequeños sean cosas imaginarias, pero aptas para determinar las cosas reales, como suele ocurrir con las raíces imaginarias. Consistirían éstos infinitos en razones *ideales*, con las que a modo de leyes se rigen las cosas, *aunque no existan en las partes de la materia*”. No será necesario extenderme más aquí, e invito al lector a disfrutar directamente del succulento banquete intelectual que nos ofrece la correspondencia con Bernoulli sobre la naturaleza de los infinitésimos, desde esta carta 75 hasta la 87. Sólo quiero señalar en este momento que es en estas cartas (y en las siguientes, desde la 88 a la 111, más o menos, en que discuten sobre lo posible, lo necesario, lo contingente, hasta desembocar en la naturaleza activa de la substancia) donde, quizás mejor que en cualesquiera otros escritos producidos por el filósofo, se muestra de manera palmaria la unidad indisoluble entre matemática, física y metafísica, y el lugar que ocupa cada una de estas *expresiones* en la

nueva construcción del mundo, tal como sugerí en las páginas anteriores y espero se mostrará en los comentarios. En efecto, lo admirable de este bloque de cartas, en las que alternan los párrafos referidos a la noción de cuerpo y de materia y los que discuten los infinitésimos, es que en la mente de Leibniz no son objeto de debates distintos, sino de un único debate orgánico. Bernoulli ha admitido la elasticidad indefinida leibniziana a fin de que las fuerzas se conserven y sean válidos nuestros teoremas del choque; esto es, había admitido que la materia es divisible indefinidamente en partes menores reales y que, por lo tanto, no hay mínimos materiales (GM III 528s). Pero aplicaba esta misma doctrina a los infinitésimos, que también consideraba reales (GM III 529, 539). Leibniz replica que el número-conjunto de todos los números es una contradicción; que sólo el infinito absoluto (Dios) sería un todo; que aunque en la serie  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \text{etc.}$  los términos se den en acto, no se concluye que se dé el infinitésimo o último de los términos, sino simplemente una fracción finita siempre asignable, no puntos infinitamente vecinos o próximos, pues no hay puntos sino límites posibles de nuestra partición. Por lo tanto, si bien tanto en la materia como en nuestras divisiones no hay mínimos, en aquélla hay *partes reales* anteriores a cualquier todo que queramos hacer, mientras que en éstas sólo hay *idealidades posibles* (GM III 535-537). Hecha esta fundamental distinción para salir del laberinto de la composición del continuo, Bernoulli estaría ya en condiciones de entender el paso siguiente: precisamente porque la materia tiene partes, no puede ser ella misma una substancia, pues ésta habría de ser ‘verdaderamente una’; la materia (o masa) es un agregado de substancias (GM III 536s). Leibniz emprende así la tarea de ir resolviendo las dificultades del amigo sobre su metafísica, y todo hay que decirlo, no siempre de forma muy ordenada, a veces con respuestas aforísticas como labradas a martillazos (véanse cartas 82-88).

La irrupción de de Volder en la vida de Leibniz, la tercera circunstancia que permitió a Bernoulli presenciar la culminación extrema de todo aquello que con dificultad estaba él empezando a

intuir, se produce de manera indirecta; Johann informa al filósofo de su conversación con el profesor de Leiden (sobre la trayectoria vital y profesional de de Volder, cfr. notas 273 y 568). Por una parte, de Volder no entendía la aplicación del cálculo diferencial al estudio de la hipérbola cónica, porque pretendía igualar a  $0$  la distancia infinitamente pequeña de la asíntota respecto del eje (véase en nota 230 la solución de Bernoulli, y en nota 232 el comentario de Leibniz desde el Tetragonismo aritmético). Por otra parte, siguiendo la doctrina cartesiana, definía los cuerpos como pura extensión e impenetrabilidad, y acusaba a Leibniz de presuponer gratuitamente la elasticidad de todos los cuerpos. La respuesta de Leibniz para ser transmitida a de Volder es inmediata. “También yo cuando era joven --le dice-- defendía lo mismo que él; pero más tarde comprendí que la naturaleza de la materia, organizada en el sistema del mundo, es muy distinta de lo que vulgarmente se cree, y que la fuerza elástica es esencial a todos los cuerpos, no como una cualidad oculta, sino porque todo cuerpo es como una máquina de cuya estructura puede originarse la compresión-expansión cuando sea necesaria para medir las fuerzas, pues de otro modo éstas no se conservarían (GM III 515, 521, 544). “Dice de Volder ---interviene ahora Bernoulli--- que tu añades a los cuerpos un ‘tertium quid’, la fuerza ingénita, que él no sabe si es substancia o modo; estoy seguro de que te pedirá más explicaciones y deberás aclararle eso de las mónadas y qué tienen que ver con los cuerpos” (cartas 76-81). Leibniz rehuye de momento definir su noción de substancia y se limita a urgir dialécticamente a que de Volder dé la suya (GM III 521), estrategia que seguirá cuando se inicie la correspondencia directa con él. De manera que, en adelante, el filósofo procederá en sus explicaciones a un doble nivel. Con Bernoulli, discípulo aventajado y dócil, discutirá todos los tópicos de su metafísica relacionados con la materia, los organismos, las substancias compuestas, la armonía preestablecida, el origen de las entelequias y la preformación orgánica, la transformación de los organismos, los ecos del debate con Bayle, etc. (cartas 82-96). De Volder, desconocedor de estas elucubraciones y más crítico, irá derechamente a negar la necesidad de ese principio interno de

actividad que Leibniz ‘fantaseaba’, pues para medir las fuerzas, pensaba él, sólo necesitamos el número, el movimiento y la cantidad. No sabía lo que le esperaba.

### **3.2. Leibniz – de Volder – Johann Bernoulli (1698-1706)**

El 6 de diciembre de 1698 Bernoulli envía a Leibniz la última carta que ha recibido de de Volder (GM III 558). “Encontrarás en ella algunas objeciones contra tu Dinámica, que ya habían sido formuladas por Papin y por mí hace tiempo”. Pondera las cualidades personales, intelectuales y profesionales del profesor de Leiden, “que, tras haber abandonado hace tiempo ---dice ahora Bernoulli--- los principios cartesianos como insuficientes y en gran medida falsos (...), no dudo de que una vez hubiere comprendido rectamente y asimilado tus pensamientos, habría de propagarlos activamente e inculcarlos entre sus alumnos, que siempre son muy numerosos”. Insiste en la importancia de que Leibniz dé a conocer al público “esa Dinámica tuya, que aún escondes y de la que hasta el presente sólo has publicado algunos esbozos (...): ella dominaría sobre la cartesiana y la aristotélica y reconciliaría así a los Antiguos con los Modernos (...). Te haría acreedor a la gratitud del mundo filosófico (...). ¿Por qué has de creerte inferior a Descartes?”.

Demasiada lisonja, que Leibniz amortigua: “No soy persona que se precipite ni siquiera cuando las palabras vienen de un amigo (...); lo que importa es esforzarnos en seguir avanzando, para lo cual espero también de tu talento cosas nada mediocres” (GM III 561). La carta de de Volder, aunque dirigida a Bernoulli, se ocupaba en efecto toda ella de la Dinámica de Leibniz y repetía desde su primer párrafo exactamente la misma objeción de Papin, que ya vimos a Bernoulli reproducir (GP II 149s), así como todos los tópicos cartesianos. De Volder no admite el experimento de la palanca con el que Leibniz había refutado la conservación de la cantidad de movimiento (GP II 149, véase en el Apéndice el *De Causa Gravitatis*, n. 12); tampoco comprende cómo Leibniz puede afirmar que un cuerpo con tres



grados de velocidad pueda tener el triple de potencia que tres cuerpos iguales a él con un grado cada uno de velocidad, es decir, no entiende ---o no admite--- la distinción leibniziana entre medida *modal* y medida *real* o, lo que es lo mismo, la existencia en los cuerpos de una ‘inercia natural’ o resistencia, algo completamente ajeno a la inercia cartesiana (GP II 150); tampoco admite la aparente paradoja leibniziana, según la cual dos cuerpos de masas y velocidades recíprocas tengan la misma cantidad de movimiento y, sin embargo, sus fuerzas sean distintas (cfr. Nota 213); y como está convencido, siguiendo de momento a Huygens, de que los cuerpos son duros, no elásticos, y en definitiva todos terminan en elementos indeformables, no puede entender que no por la cantidad de movimiento sino por el reparto de las fuerzas los cuerpos reboten tras el choque a fin de que se conserve la acción y la reacción, esto es, la equivalencia entre la causa y el efecto. De Volder no vislumbra el principio cósmico de la continuidad, que es, como ya Leibniz había comunicado a los cartesianos, el fundamento de la explicación de todos los fenómenos (GP II 151; cfr. nota 194).

Pero lo más interesante y novedoso de este primer Escrito es que el holandés, que ha leído en las Actas, según él mismo afirma, los artículos de Leibniz sobre la substancia (con toda seguridad el *De Primae Philosophiae Emendatione*, el *Specimen Dynamicum* y probablemente el *De Ipsa Natura*), arde en deseos de conocer esta teoría. “Porque si tuviéramos demostrado a priori que toda substancia es activa ---dice---, fácilmente me convencería de que de tan fecundísima fuente de verdades no sólo se seguiría el esclarecimiento de todos mis reparos, sino también de aquellas dificultades que hasta el presente han agobiado a cuantos físicos ha habido” (GP II 151).

En verdad, de Volder apuntaba en la dirección correcta, lo que no pudo por menos de satisfacer a Leibniz. La *activitas* de la substancia simple y las increíbles consecuencias que de aquí derivan será el centro mismo de toda la correspondencia con de Volder y, al fin, la causa de la frustración de éste. Casi a vuelta de correo (entre el 6 y el 17 de diciembre 1698) le envía Leibniz su respuesta (GP II 153-163, Escrito 2), uno de los documentos más sintéticos y, a la vez,

completos que el filósofo redactó sobre el argumento *a posteriori* de su Dinámica. Leibniz va resolviendo una a una todas las dificultades de de Volder en el modo que aquí ya conocemos y que el lector podrá leer y completar en las notas y pasajes complementarios. En cuanto a la pregunta esencial, la naturaleza de la substancia, Leibniz se muestra cauto: “Ojalá tuviera yo elaboradas mis meditaciones metafísicas con la misma claridad con que tengo ya la parte matemática de mi Dinámica; me es más fácil responder a las objeciones que exponerlo todo de manera perfecta” (GP II 162). En todo caso ---añade---, la actividad de la substancia es siempre eficaz, cualesquiera que sean los obstáculos que se le opongan y, por su parte, la inercia de la que le acabo de hablar a Vd. (GP II 156-158) no se contiene en la sola extensión.

En el Escrito 3, de Volder sigue urgiendo sus objeciones cartesianas a la Dinámica: el problema de la inercia, la noción de extensión. Pero, sobre todas ellas, hay una que le inquieta particularmente. Cuando yo estudiaba las leyes del movimiento de Huygens --- dice---, descubrí que, aunque él no se percatara de ello, sus ecuaciones sólo servían para aquellos cuerpos que son elásticos. Pero lo que afirma Vd. es que la elasticidad es esencial a todos los cuerpos, de manera que todo su sistema pivota sobre ese axioma general que Vd. establece: “ninguna transición se produce por salto”, y mientras no lo demuestre, no podré estar de su parte; por lo tanto, tendrá Vd. que descender hasta la noción de la substancia y demostrar que es por su propia naturaleza necesariamente activa, y esto sólo podrá hacerlo *a priori* (GP II 164-166).

No sabía todavía de Volder que no podemos acceder a la noción de substancia sino a través de otras más próximas, la inercia natural, la elasticidad, la extensión de los cuerpos (GM III 609). El maravilloso Escrito 4 (24 marzo 1699, GP II 168-175) es todo un compendio admirable de la dinámica-metafísica leibniziana, en el que se contienen algunas de las formulaciones canónicas de estos tres importantes conceptos, que son, como ya vimos, ‘la puerta de acceso’ a la substancia “Pero antes de nada --- responde Leibniz a la inquietud de de Volder---, cuando no está en nuestra mano fundamentar algo

con demostraciones rigurosas, es lícito servirse del derecho a una hipótesis, siempre que sea clara y coherente consigo misma y con los fenómenos. Tal es el axioma que yo utilizo de la continuidad, que todo el mundo admite referido al traslado de lugar en lugar” (GP II 168). Hasta aquí de Volder estaría de acuerdo; pero ya por la respuesta anterior el holandés había intuido que Leibniz escondía algo más, que ahora lee con asombro: “no puede aportarse ninguna razón *a priori* contra el salto de lugar en lugar que no valga también contra el salto de estado en estado”; de manera que, si Vd. admite la continuidad en el movimiento, habrá de extender su concepto a la continuidad cósmica, porque la continuidad no es una verdad de razón sino una verdad de hecho, fundada en la *razón del orden* (GP II 168, 181s, 193). Ya lo vimos más atrás. Esta afirmación enfurecerá al educado de Volder: “¿qué ‘ley de orden’ es esa, en virtud de la cual podemos determinar aquello que no es de absoluta necesidad? Las cosas que se conocen por la razón no pueden ser de otra manera, ni la experiencia tiene aquí ningún papel que jugar” (GP II 175-177). Muchas páginas tendrá que emborronar Leibniz para llevar a su corresponsal a esta nueva visión absolutamente esotérica, no sólo de la noción de movimiento continuo, sino de la de Creación misma y las nociones de contingencia, de necesidad, de posibilidad, las de ‘cosas completas’ y ‘cosas incompletas’, en una palabra, toda la construcción matemática (ideal) - dinámica (real) - metafísica (fundacional) de la unidad orgánica del mundo, que vimos en los párrafos precedentes (véase, por ejemplo, GP II 181s, 193s, 227s, 248-250, 268s, 276s, 281-283, etc. y notas correspondientes).

Entre tanto, de todas estas cuestiones andan discutiendo Leibniz y Bernoulli (cartas 89-98). Éste ha completado los dos escritos del filósofo al matemático de Leiden con algunas aclaraciones dinámicas, y siguen ambos a vueltas con el argumento *a priori*, que un entusiasmado Leibniz comunica también a de Volder al final del Escrito 4, pues Bernoulli ya se lo ha adelantado (GP II 172), “y se ve ---dice Leibniz--- que es muy correcto el modo como Vd. deduce las reglas del movimiento de dos cuerpos que chocan, extrayéndolas de la destrucción del movimiento por el encuentro y de

su restablecimiento por el elastro” (GP II 164-166, 169). Parece, pues, que de Volder está en condiciones de ser informado con más profundidad acerca de la combinatoria analítica de las nociones abstractas de potencia, acción, tiempo y movimiento espontáneo de un cuerpo en ausencia de obstáculos. Leibniz debió de pensar por el momento que éste último sería un camino más fácil de recorrer por el matemático holandés antes de obligarle a pensar en la extensión como una noción no primitiva producto abstracto de nuestra continuidad ideal y forzarle a distinguirla de la cosa extensa, como la duración se distingue de la cosa que dura, la cual cosa contendría una resistencia interna a modificar su estado inercial, que la pura extensión no garantiza, tal como acababa de sugerirle en el párrafo anterior (GP II 173 -175). Todo esto, que indudablemente conducía a la nueva noción de substancia y que llenará el bloque central de la correspondencia, era demasiado para un cartesiano. Así que Leibniz opta por abrir las dos vías y esperar la reacción de de Volder. En su nueva formulación del argumento *a priori* modifica la estructura del silogismo basado en el axioma ‘es más hacer lo mismo en menos tiempo’, para llegar a la misma conclusión: “la acción que hace el doble en tiempo doble es cuádruple que la acción que hace lo simple en el mismo tiempo doble” y, generalizando, las acciones equitemporales son como el cuadrado de las velocidades. Pero de todo esto ---continúa Leibniz--- se sigue una nueva conclusión admirable: se conserva en el mundo la misma cantidad de acción motriz, esto es, se produce en el universo tanta acción en una hora cuanta en cualquier otra. Y para que de Volder no se sienta confuso, añade a continuación la equivalencia entre la conclusión del silogismo y las ecuaciones combinatorias, que ya conocemos (GP II 173-175).

Discutiré en los comentarios el carácter circular y μεταφυσικωτέρου de toda esta construcción, que con nadie mejor que con de Volder se nos muestra en toda su complejidad y sutileza. Dicho ahora en dos palabras y completando lo expuesto más atrás. Escrito 5, GP II 180s, de Volder se asombra de que en el argumento *a priori* sea el tiempo algo tan importante para medir las fuerzas,

cuando en el argumento *a posteriori* Leibniz lo había eliminado como innecesario para medir la ‘cantidad’ de las fuerzas. “A mí me parece ---dice de Volder--- que las acciones han de compararse entre sí sólo en razón de sus efectos” ( $a=s$ ), esto es, de los espacios recorridos “y en ningún modo en razón del tiempo”, cosa que Leibniz parecía violentar fraudulentamente en su ecuación al definir la acción extensiva como el producto del espacio recorrido por la velocidad ( $a=sv$ ), con lo cual poco le costaba igualar  $a=sv=pt$ , puesto que en ambas el tiempo estaba ya implícito. ¿De dónde sacaba ahora Leibniz el tiempo? Escrito 6, GP II 185, el filósofo responde que “es propio de la naturaleza procurarse un gran ahorro de tiempo” y reconoce que “sin este axioma toda la medida de las fuerzas carecería de valor”. Escrito 7, GP II 187s, de Volder insiste en que, si el tiempo es un ente de razón, para nada interviene aquí y “las acciones serán como los efectos, esto es, como la potencias”; lo que ocurre ---sigue diciendo --- es que el movimiento más rápido de un cuerpo podría ser compensado con lo que hay de más larga duración en el más lento, aunque reconoce que “puede haber en un cuerpo más realidad o prestancia o perfección que en otro”. Escrito 8, GP II 189- 192, Leibniz se alegra de que su corresponsal admita alguna ‘perfección o prestancia’ en los cuerpos, lo que es tanto como admitir que se da “la acción misma pura o libre, que depende sólo del agente” y, por lo tanto, su mayor o menor rapidez dependerá de sí misma y habrá que medirla al final del recorrido por el tiempo que emplee, esto es, será  $a=pt$  y, por lo tanto,  $p=a/t$ ; será “más rápida por sí misma”, con lo que la mayor o menor rapidez habrá que descubrirla en la entraña misma de los cuerpos, lo que en la acción violenta del argumento *a posteriori* quedaba accidentalmente obstruido, aunque en ambos casos, tanto en el efecto formal como en el violento, las fuerzas serán las mismas: estarán, para acciones equitemporales, en razón duplicada de las velocidades. Escrito 9, GP 196s, de Volder urge su argumento: la mayor perfección del cuerpo de mayor velocidad se compensa con la perfección de la mayor duración del otro, esto es, acciones equitemporales con efectos distintos vendrían a ‘valer lo mismo’ que acciones con tiempos distintos pero con efectos iguales;

por lo tanto, aquellas acciones que están en razón compuesta de la prestancia que tienen en sí mismas y del tiempo en que se ejercen serán entre sí iguales cuando el espacio recorrido sea el mismo, contra el silogismo de Leibniz. Escrito 10, GP II 201, Leibniz desbarata la supuesta compensación: admite la conclusión de de Volder si por ‘prestancia de la acción’ se entiende aquella intensión o prestancia misma que, con la extensión a lo largo del *espacio*, compone la cantidad de acción, o sea, si lo que se entiende es *sólo* la *velocidad* (han recorrido el mismo espacio); pero no lo admite si por ‘prestancia de la acción’ se entiende aquella intensión o prestancia misma que, con la extensión a lo largo del *tiempo*, compone la cantidad de la acción, o sea, si lo que se entiende es *sólo* la *potencia* (pues la potencia es distinta); pero aun siendo distintas la potencia y la velocidad, no podemos aislar una de la otra en la medida de la acción unitaria del cuerpo. Por lo tanto, tomar como equivalentes aquellas acciones uniformes que hacen lo mismo en tiempos desiguales es confundir *potencia* con *velocidad*. En conclusión, para efectos iguales o espacios iguales recorridos, las acciones, lo mismo que las velocidades, estarán en razón inversa de los tiempos y, en consecuencia, las potencias serán inversas a los cuadrados de dichos tiempos; y, a su vez, para tiempos iguales, las potencias serán como los cuadrados de las velocidades, “y verá Vd. qué hermosamente concuerda todo”. Escrito 11, GP II 207, de Volder se rinde, empieza ya a distinguir entre potencia y velocidad y reproduce aceptándolo el argumento de Leibniz. Reproduce, así mismo, en términos propios, otro esquema *a posteriori* sobre transmisión del movimiento mediante el choque de elastos, que Bernoulli acaba de enviarle (GP II 208s, GM III 629s). “No puedo por menos de alabar ---le dice éste a Leibniz--- la nobleza de un hombre deseoso no de vencer sino de ser vencido. Así que no le ocultes por más tiempo todo lo que puedas decirle sobre la actividad de la substancia” (GM III 626). “Una vez resuelta ésta, que es lo importante --- añade de Volder al final de su Escrito---, todo lo demás, sobre lo que ocasionalmente nos ocupamos, podrá resolverse fácilmente” (GP II 209). Escrito 12, GP II 211-213, Leibniz ha estado varios meses en Berlín preparando la

futura Academia de las Ciencias, y a su regreso (septiembre 1700) escribe exultante a sus dos amigos. Con pluma maestra remacha su argumento *a priori*, que es el que, liberados ya de la gravedad, del elastro y del choque oblicuo, “nos descubre las fuentes y las causas, como ya desde el principio había yo insinuado” (GP II 212s, GM III 634). Escrito 13, GP II 214s, de Volder, como buen discípulo ---ahora dócil alumno---, reproduce una vez más con palabras propias el argumento, sin percatarse de que en él se esconden precisamente aquellos conceptos que va a rechazar apasionadamente en el resto de su Escrito y en los siguientes: la actividad autóctona de los cuerpos, la noción misma de substancia y el revolcón a la extensión de Descartes que, como ya le había adelantado Leibniz en el Escrito anterior, “confundía las fuerzas con la velocidad y la acción en el tiempo con lo momentáneo” (GP II 212). Escrito 14, GP II 219s, Leibniz felicita a de Volder por haber reproducido “incluso con los mismos símbolos que yo aquellos pensamientos míos μεταφυσικωτέρους sobre la medida de la acción motriz”, y da una vez más todas sus ecuaciones [compárense con las formulaciones de GP II 201], a lo que de Volder responde finalmente, Escrito 15, GP II 222, que ha sido un placer aprender del maestro, pero que lo que no está tan claro es la noción de substancia.

En efecto, como tantas veces ya he señalado ---porque de Volder no hace más que repetirlo---, ésta era su gran obsesión. Me es difícil sintetizar aquí en pocas palabras los innumerables matices y problemas colaterales que el debate contiene o sugiere. Haré referencia sólo a algunos ejes que a mí me parecen esenciales, aunque ello no nos libera en modo alguno de la lectura directa de este maravilloso enfrentamiento.

Contra lo que sugería Bernoulli en su presentación del amigo, de Volder era un cartesiano más o menos ortodoxo y, al mismo tiempo, un cripto-spinoziano, en la medida en que se podía ser ambas cosas a la vez en la confusa Holanda de finales de siglo (véanse, por ejemplo, notas 273, 448, 505, 568). Era, eso sí, un científico ‘moderno’. En su breve paso por Inglaterra había llegado al convencimiento de que sólo la experimentación y el cálculo nos

permiten entrar en el verdadero conocimiento de las ciencias físicas y de las orgánicas; aborrecía toda finalidad en la naturaleza y consideraba absurdas y fuera de lugar las cualidades ocultas. Ya en el Escrito 3, el primero que dirige directamente a Leibniz (siempre a través de Bernoulli), formula su objeción fundamental. “Me parece que le niega Vd. a la extensión el carácter de substancia, cuando en realidad, si algo es concebido por sí mismo, es precisamente la extensión, que se nos representa como un concepto verdaderamente uno, al que nada se le puede quitar sin que el concepto perezca. Vd., en cambio, dice que en la sola extensión no existe una unidad real, sino sólo un agregado de muchas partes. Yo no puedo concebir partes en la extensión, y Vd. mismo, que niega el vacío, no podrá concebir esas partes una sin otra; de donde se concluye que no puede haber entre ellas diferencia real alguna, y la variedad que observamos en la extensión ha de ser puramente modal. En segundo lugar, añade Vd. que, además de la extensión, se requiere una cierta fuerza, a modo de alma, que no pertenece a la imaginación sino a la inteligencia. Mi inteligencia, por el contrario, nada comprende de esas fuerzas mientras no conozca su causa o fundamento, de dónde fluyen y por qué razón se produce necesariamente el efecto; cuando yo hablo de fuerzas, simplemente hablo de efectos (GP II 166, 177s, 215-217).

La extensión ---responde Leibniz--- no puede ser substancia, pues no se concibe por sí misma; es una noción incompleta y, además, resoluble y relativa: se resuelve en pluralidad (que comparte con el número), en continuidad (que comparte también con el tiempo y con el movimiento, que son continuidades sucesivas) y en coexistencia (que es una continuidad simultánea), esto es, existencia de partes distintas que se suceden en uno y mismo tiempo (“como los soldados que se suceden en un mismo ejército”, le dirá Leibniz más adelante, GP II 193); lo que implica que la extensión no sólo no es substancia, sino que ni siquiera es algo real sino ideal, como el número, como el tiempo, como el movimiento. Pero de aquí se desprende que siempre se supone *algo* que continúa o se difunde, como en la leche la blancura, en el oro el color, la ductilidad o el peso [GP II 277, cfr. nota 352]. Pues bien, lo que se difunde en la materia en general es la



resistencia de las partes reales, de la que la extensión no es, para nosotros, sino la evanescencia imaginativa de la resistencia de dichas partes, que se nos ofrece fenoménicamente, y que Leibniz llama *difusión o continuidad simultánea*. “Por lo tanto - --obsérvese esta ‘hermética’ conclusión, que nos traslada a los sujetos activos incluso más allá de las partes de la materia extensa---, yo creo que nuestro pensamiento ha de completarse y definirse con la noción de το δυναμικόν, más que con la de extensión, de manera que la noción de potencia o fuerza, de la que Vd. y yo estamos tratando, ha de ser un atributo del que se sigue la mutación, cuyo sujeto es la substancia misma (...). Yo pienso que la unidad de lo extenso sólo se da en abstracto, esto es, cuando abstraemos nuestra mente *alejándola* del movimiento interno de las partes, en virtud del cual cada parte de la materia está, a su vez, subdividida en partes actualmente diversas, sin que con ello pierda cada una su plenitud; pues las partes de la materia no difieren sólo modalmente entre sí, *si están penetradas de almas o entequis que siempre subsisten*” (GP II 169-170).

El tratamiento de la extensión como difusión ideal continua simultánea tiene en la correspondencia con de Volder un recorrido generoso y fecundo en matices, siempre, digámoslo una vez más, “como la única manera de poder comprender la noción de cuerpo y la de substancia” (GP II 233s, 249s). Por abreviar aquí, he señalado en la nota 344 todos los pasajes en los que ambos interlocutores discuten este problema fundamental. De Volder, que ha vuelto a definir la extensión al más puro estilo cartesiano (GP II 177s, 215-217), sigue sin distinguir entre ‘la extensión’ y ‘lo extenso’ y por eso exige una conexión necesaria y recíproca entre las que él llama ‘partes modales’ de la extensión (GP II 188, 230-231). Leibniz ha de volver a repetir y precisar la distinción: el nexo entre las partes reales de ‘lo extenso’ no es necesario sino contingente, pues pueden algunas de ellas desaparecer y ser perfectamente sustituidas por otras, mientras que ‘la extensión’, si la distinguimos de ‘los extensos’, es algo abstracto, lo mismo que la duración o el número separado de las cosas (GP II 193, 233) (...); “lo extenso perece, la extensión no; de la misma manera que perecen los hombres y no la naturaleza

humana” (GP II 257); “la extensión tampoco es un modo de las cosas, y mucho menos de las substancias, puesto que ella, la extensión, es invariable y designa la determinación numérica de las cosas, la cual determinación permanece la misma bajo cualquier mutación” (GP II 227, 184, 195) (...). De no entenderlo así, corremos el riesgo de concebir un universo inerte donde sólo hubiera posibilidades, y haríamos de los números algo así como substancias al modo platónico (GP II 233s, 205, 257, véanse notas 474, 488). De Volder insiste: “pero, ¿qué otra cosa es estar en un lugar sino ser extenso?” (GP II 229). Esta era la pregunta que Leibniz necesitaba para hacer ver al holandés de qué se estaba hablando: “Si lo extenso se concibiera en sí solo ---responde enigmáticamente---, no estaría en un lugar” (GP II 233), y en el Escrito siguiente aclara su apotegma: “Si lo extenso se concibiera en sí solo, ni siquiera sería extenso (...). Pues estar en un lugar no es una mera denominación extrínseca; más bien, al contrario, no se da ninguna denominación extrínseca que no contenga una intrínseca como fundamento; ésta es una de mis principales convicciones” (“mihi est inter κύριας δόξας”, GP II 239s). En efecto, quien entienda que la esencia de los cuerpos no puede consistir en la sola extensión y que consiste esencialmente εν τῷ δυναμικῷ y que esta δύναμις es bifronte, esto es, actividad y resistencia, ha de entender también que ni la materia extensa ni, en consecuencia, la substancia de la que aquella *resulta*, están ‘en’ un lugar, sino que ‘lo fundan’; sólo lo inerte, lo puramente geométrico, está ‘en’ el lugar ---tal como yo pensaba cuando era joven, GP II 170---; “pero ahora, en el sistema del mundo, entiendo que nada es inerte, nada es puramente pasivo y separado de lo activo”. Este mini-debate sobre el ‘locus’ de los cuerpos y de las substancias prosigue (GP II 229, 233s, 236, 239s, 243...) hasta conducir al Escrito 25 (GP II 249ss), donde Leibniz definirá para de Volder la taxonomía de la substancia y toda su construcción metafísica. Pero sigamos.

Tras la crucial distinción entre infinito ideal (la extensión) e infinito real (“lo extenso” o partes de la materia), Leibniz debe apuntalar esta última infinitud o interminada y actual variación, y lo hará mediante los movimientos conspirantes de las partes, aquí

levemente insinuado (cfr. notas 55, 191, 192). Pero esto no basta. Pues, por una parte, el movimiento de las partes no deja de ser, como todo movimiento, algo ideal, de manera que, para que las partes ‘no pierdan su plenitud’ convirtiéndose en meros fenómenos, han de estar ‘penetradas’, esto es, transidas hasta el infinito sin confundirse, por las entelegias ‘subsistentes’, que son lo durable, los sujetos, cuyas mutaciones *son expresadas* en la variación real de las partes, que luego medimos en la variación ideal del cálculo. “En el concepto de movimiento ---dirá Leibniz, GP II 227--- no sólo está implicado el cuerpo y la mutación, sino la *razón* y la *determinación* de la mutación, la cual no puede descubrirse en el cuerpo si hacemos consistir la naturaleza de éste en algo meramente pasivo, o sea, en la sola extensión o en la extensión más la impenetrabilidad”: *sin lo estable no hay transformación inteligible*. Por otra parte, si desde el tratamiento físico podemos afirmar que la materia es indefinidamente divisible (como de Volder admitía, GP II 244s, 265), pero podemos añadir, además, que *está actualmente* dividida o diversificada sin que haya realmente mínimos físicos, es porque el número de unidades simples que en ella se expresan debe ser infinito, mayor que cualquier número asignable: *sin unidades simples no hay pluralidades inteligibles*. Al final del largo debate, de Volder recriminará a Leibniz. “Vd. acude a las entelegias para probar las unidades” (GP II 259). “Es justamente lo contrario---responde airadamente el filósofo---, apelo a las unidades para probar las entelegias, pues donde hay pluralidades siempre diversificadas (que ya existen en acto) tiene que haber unidades (GP II 261) (...). En la masa corpórea, esto es, en la constitución de las cosas corpóreas hay que desembocar en las unidades indivisibles como *primeros constitutivos* (...). Los cuerpos son siempre divisibles, más aún, están actualmente divididos, pero no lo están sus constitutivos” (GP II 267, véanse Escritos 28-31 y notas 224 1ª parte, 229, 375, 427). Leibniz quiere llevar así a su corresponsal desde la destrucción de la noción cartesiana de extensión (lo ideal), pasando por la inteligibilidad de la potencia como un atributo interno de los cuerpos (lo real), para desembocar en el principio activo (lo metafísico) mediante las dos estrategias

herméticas que he subrayado, a saber, de la mutación o lo accidental a lo estable o esencial, y de la pluralidad o lo relativo a la unidad o lo absoluto, tal como sugerí en la segunda parte de esta Introducción.

Pero tras la nueva noción de extensión, Leibniz debe explicar a su corresponsal la noción también nueva de *inercia*. Una vez relegada la extensión a la categoría de abstracción ideal o ‘cuerpo matemático’ (GP II 268), descubrimos una tercera estrategia hermética de Leibniz. *Nada que sea pasivo* (como es la materia extensa si la consideramos aisladamente) *puede ser causa de modificación*, sino solamente *límite* de la actividad y, por lo tanto, deberá ir siempre asociada a ésta como su contrafuerte: το δυναμικόν . [Permítaseme recordar, entre paréntesis, que ésta era una idea capital de la metafísica alquímica, que en mis comentarios denominaré ‘contra-actividad’, una pasividad activa, garante del equilibrio acción/reacción en la substancia y, como expresión de ésta, en los cuerpos. Cfr. notas 17, 235, 264, 294, 311, 519]. Ya en su primera respuesta a de Volder, el filósofo trataba de demostrarle, como vimos, la diferencia de potencia que hay entre un cuerpo con tres grados de velocidad y la que hay en la suma de tres cuerpos iguales a él con un solo grado cada uno, “porque aquél, al ser una mole tres veces menor, *resiste menos*”, “con lo que *se confirma* --- añade--- que era cosa muy cierta lo que sobre la inercia de la materia sospechó, el primero de todos, el incomparable Kepler” (GP II 156 - 158) [cfr. en notas 293 y 294 la noción kepleriana de ‘pereza natural’ de los cuerpos y el carácter circular de esta *confirmación* por parte de Leibniz]. En el importante párrafo GP II 170s del Escrito 4 define su inercia natural así: “Yo admito que todo objeto permanece en su estado mientras no haya una razón de su mutación, lo cual no deja de ser un principio de necesidad metafísica; pero una cosa es conservar el estado hasta que algo lo modifique y, por lo tanto, ser por sí mismo indiferente a ambos estados, y otra cosa distinta, que contiene mucho más, es que un objeto no sea indiferente, sino que tenga una fuerza o como inclinación a retener el estado y, por lo tanto, resistir a quien lo modifique (...). Un mundo pensado con cuerpos indiferentes a ambos estados sin ninguna resistencia sería sin duda imaginable (cualquier

cuerpo, por pequeño que fuere, podría mover a cualquier otro, aunque éste fuera inmenso), pero sería un perfecto caos. “Así que, dos cosas en las que yo siempre me apoyo, los resultados de la *experiencia* y la *razón del orden*, me han hecho después reconocer que la materia ha sido creada por Dios dotada internamente de cierta repugnancia al movimiento o, por decirlo con una sola palabra, dotada de aquella resistencia por la que un cuerpo se opone por sí mismo al movimiento, de manera que, si está en reposo, resiste a todo movimiento, y, si está en movimiento, a todo movimiento mayor, aun en la misma dirección, rompiendo así la fuerza del que le impele. Ahora bien, si la materia por sí misma se opone al movimiento en virtud de esta fuerza general pasiva de resistencia, pero al mismo tiempo es empujada hacia el movimiento en virtud de la fuerza especial de *acción o entelequia*, entonces se seguirá que la inercia debe resistir continuamente a la entelequia o fuerza motriz a todo lo largo del movimiento”.

La cita contiene otras varias sugerencias, que aquí ya conocemos. “En conclusión --- termina Leibniz su párrafo ---, debe darse un *Activo primero o substancial*, que sea modificado por la presencia de un dispositivo *pasivo* o materia. Por lo tanto, las fuerzas secundarias o motrices y sus movimientos deben atribuirse a la materia secunda o cuerpo completo, que *resulta* de lo activo y de lo pasivo”. Mas, ¿por qué de la constatación empírica de la resistencia de los cuerpos había que deducir la existencia de ese principio activo? ¿Por qué no habría de bastar la composición de la mole con las velocidades, producida en los choques de los cuerpos, a fin de explicar las fuerzas? ¿Cómo interpreta Leibniz la experiencia, para extraer de ella ese principio activo? He aquí, una vez más, la función estructural hermética de aquello que el filósofo llamaba ‘razón del orden’, que a de Volder le parecía “un principio oscurísimo, que la mayoría de las veces no tiene más fundamento que nuestra ignorancia” (GP II 176).

Bernoulli se alarma; ha leído el Escrito 4 de Leibniz y acaba de recibir la respuesta de de Volder, “excesivamente severo y escrupuloso a la hora de exigir pruebas de lo que, en mi opinión, no

puede probarse con exactitud como, por ejemplo, las consecuencias de la *ley del orden* o el principio ese tuyo activo de la substancia” (GM III 589s). En efecto, el profesor de Leiden está confuso y desconcertado en todos los términos. Por lo que se refiere a la inercia ---dice ---, nos basta la extensión y la diversa impenetrabilidad o ἀντιπνία para concebir la indiferencia del cuerpo como aquélla por la que éste recibe movimiento o reposo, si hay una causa *externa* que produzca uno u otro, y no por ello concluyo que cualquier fuerza, incluso mínima, pueda producir cualquier movimiento. ¿De verdad se cree Vd. lo que está diciendo? Las causas y los efectos conservan entre sí su proporción, puesto que hemos convenido que la causa es igual al efecto; y es evidente que es de mayor eficacia mover a la misma velocidad un cuerpo extenso mayor que uno menor, lo que se muestra porque el efecto producido es mayor. No creo yo que la resistencia sea algo meramente pasivo en la materia pues, de alguna manera, ella misma siempre se opone (GP II 179, 188), y no se ve ninguna necesidad de ese activo primitivo o sujeto de las mutaciones, que, por una parte, es una mera noción lógica que no explica nada (GP II 178) y, por otra, si se identifica con la extensión o con un modo suyo, ésta ya no será pasiva como Vd. dice, y si es otra cosa, una substancia distinta, habrá de explicarme Vd. cómo actúa sobre la extensión, pues Vd. mismo, en su armonía preestablecida, niega tal influjo (GP II 179, 180, 198s, GM III 619, 714). Es decir, frente a Malebranche y los cartesianos ortodoxos, de Volder coincide con Leibniz en negar que haya de acudirse a Dios para explicar las fuerzas y las acciones de los cuerpos o que el movimiento deba re-crearse en cada instante con ocasión del choque, “porque ---dice repetidas veces--- yo nunca he dudado del efecto de los choques ni de que hubiera entre los cuerpos mismos alguna fuerza de movimiento por la que se produjera como causas segundas el movimiento que nace del conflicto entre ellos” (GP II 199); concede, por lo tanto, que entre los cuerpos hay actividad; que resisten por la impenetrabilidad y que sin una fuerza presente a la materia no sería posible ninguna mutación, y precisamente por eso la admite *a posteriori* (GP II 241s); pero en ningún modo se deduce de aquí que la resistencia de los

cuerpos, que sin duda son divisibles en otros cuerpos o sustancias más pequeñas, pueda conducirnos a otra cosa distinta que no sea aquello que resulta del nexo de dicha materia y de la composición de las fuerzas, y que ha de ser, por lo tanto, un compuesto de todas ellas. Las unidades simples o entelequias son, pues, un invento innecesario e inverificable de Leibniz (GP II 243, 245s), que tampoco Bernoulli acaba de entender (GM III 539, 589s).

Convendrá detenernos un momento a recapitular las *estrategias* utilizadas por Leibniz hasta aquí, antes de seguir adelante. Como hemos visto, el filósofo califica de μεταφυσικώτερα estos pensamientos más sublimes, que todavía no tiene definitivamente perfilados y los ofrece como hipótesis (GP II 195, 205s, 219, 282, GM III 348, 541, y notas 246, 160). No está clara, sin embargo, la línea divisoria μεταφυσικώτερα – μεταφύσικα en el lenguaje leibniziano. Pero, por defecto, parece evidente que aquí nos encontramos en un terreno que va, por ejemplo, más allá que las críticas al ‘cogito’ cartesiano y más allá que el debate metafísico sobre la substancia, los atributos y los modos discutido en la época, y se inscribe, más bien, en la línea de su utilización del cálculo diferencial, que vimos en páginas atrás, o del uso μεταφυσικώτερος del principio lógico de inhesión (cfr. nota 532). Porque lo que aquí hace Leibniz no es sólo definir y corregir el ‘suppositum’ escolástico o la substancia aristotélica como concepto metafísico a fin de incluir en él el *conatus* o actividad *en acto*, sino que pretende extraerlo con argumentos científicos desde la Física mediante la *equivalencia circular* de sus estrategias, a saber, el paso:

- a) de la extensión o difusión ideal.....a lo extenso real.....a algo que se difunde (la materia secundaria)..... a los *sujetos* o sustancias simples, las cuales por definición no se difunden, pero fundamentan o son expresadas tanto por lo extenso como en la extensión (GP II 169-170) o, lo que es lo mismo,
- b) de lo mutable o accidental ..... a lo estable o substancial (GP II 227) o, lo que es lo mismo,

- c) de las pluralidades fenoménicas .... a la unidad ontológica (GP II 267) o, lo que es lo mismo,
- d) de lo pasivo (materia extensa) ..... a lo activo (entelequia) o, lo que es lo mismo,
- e) de la resistencia e impenetrabilidad ..... al  $\tau\omicron\delta\upsilon\nu\alpha\mu\iota\kappa\acute{o}\nu$  ..... al activo primitivo (GP II 170).

*O lo que es lo mismo*, esto es, la expresión analógica o continuidad especular entre el primero y el último término de cada estrategia y la identidad analógica entre todas ellas. Todo el debate posterior a partir del Escrito 25 (GP II 248-253) sobre las sustancias compuestas, la idealidad o realidad de los cuerpos y las fuerzas primitivas y derivativas, así como el intento final de demostración *a posteriori* de la actividad de la sustancia, es una consecuencia o aplicación *circular* de estas estrategias. Se ve, así, la importancia y, a la vez, la endiablada astucia del constante ruego de de Volder: “Si tuviera Vd. a bien comunicarme una demostración *a priori* de la actividad interna de esa su sustancia simple...” (GP II 199s, 209s, 224, 235, 238...). Él sabe que Leibniz no va a poderse la dar; que una tal prueba sería algo así como una ‘*petitio principii*’ y que, aunque el filósofo la ensayara, ¿cómo iba a mostrar, si no era bajo axiomas científicamente incontrolables, el nexo necesario entre la materia y esa fuerza activa, entre lo extenso y lo no extenso? (GP II 184, 206, 209s). Tal nexo ---responderá siempre Leibniz--- es la “*repraesentatio multorum in unum*” (GP II 195, 205s, 252, 253, y notas 541, 542). Los Escritos 21 y 23 de de Volder, redactados ya al final de la intensa y agotadora polémica sobre la noción de sustancia a propósito de la extensión, vendrían a ser el último intento de aproximación a un leibnizianismo ‘comprensible’ --- esto es, la destrucción del leibnizianismo ‘hermético’---, formulado por un cartesiano desesperado: sólo podemos llegar, no a aquella unidad simple que Vd. había establecido al comienzo, sino a un agregado de infinitas sustancias, y no tendremos jamás acceso a la sustancia simple no compuesta de muchas, de manera parecida a como en la división de la materia nunca es posible llegar a una mínima masa que no esté compuestas de otras muchas (GP II 245).



En efecto, el debate sobre la noción de substancia iba a cavar definitivamente el foso o, mejor, en ella residía el fondo oscuro de divergencia entre ambos interlocutores. La excelente batería de argumentos cartesianos que de Volder va desgranando no le va en zaga a la formidable dialéctica de Leibniz que, sabiendo desde el primer momento a dónde quiere llegar, va colocando pacientemente sus piezas ante la impaciencia del adversario. En una apretadísima síntesis es lo siguiente. De Volder entiende que la noción de substancia no debe partir de las cosas sino de los conceptos, porque de ellos solos depende el conocimiento y porque la noción de substancia es un mero concepto, un ente de razón (GP II 166s, 177s). Así pues ---define--- , entre mis conceptos descubro que unas veces me representan un todo uno del que nada de su representación puedo quitar sin que el todo perezca: sería el concepto de cosa o substancia, y al objeto al que responde lo llamo cosa o substancia; otras veces el concepto me representa dos (o más), en cuyo caso pueden ocurrir, a su vez, dos (o más) situaciones: que cada una de las dos representaciones pueda ofrecérseme recíprocamente sin la otra, por ejemplo, la representación de la extensión y del pensamiento, y tendremos dos conceptos distintos, dos substancias; o también, que una pueda ofrecérseme sin la otra, pero no ésta sin aquélla, la extensión sin el movimiento pero no éste sin aquélla: el movimiento será un modo de la extensión, etc. (GP II 177s, 215-217).

La respuesta de Leibniz es inmediata y está ya cargada: “yo, en cambio, creo que son los conceptos mismos los que se forman partiendo de las cosas y no a la inversa” (...), “decimos que son entes reales o de razón no de los conceptos sino de los objetos que aquéllos representan”. Por otra parte, está suponiendo Vd. que los conceptos a los que llama substancias son primitivos; pero, ¿cómo lo sabe? Acabo de mostrarle a Vd. que la extensión ni es un concepto primitivo ni es un concepto uno, sino plural. Además, separa Vd. demasiado drásticamente unos conceptos de otros (GP II 222s): pero, ¿cómo sabemos, por ejemplo, que la extensión no está implicada en el pensamiento, o los modos en las substancias o a la inversa? No se ve, pues, que puedan darse cosas que no tengan ningún atributo

común o que no se relacionen entre sí de infinitas maneras (GP II 183). La única unidad verdadera que yo concibo es la mónada, aquello en lo que no hay pluralidad de substancias (GP II 193), mas no por ello es un concepto único, ni siquiera es un concepto: la substancia es un ente real, absolutamente real, por cierto (GP II 182-184), que no está en el terreno de lo imaginable, sino de lo inteligible (GP II 194). Hasta aquí, los primeros escauceos.

Entre tanto, ocupados en los Escritos 6 -12 en discutir el argumento *a priori* y dilucidar la relación de la materia extensa con la entelequia o principio activo, entre los que de Volder exige un nexo necesario y recíproco (GP II 198s, 242), Leibniz le acaba de recordar que “una substancia no puede influir en otra y, por lo tanto, tampoco en la materia o agregado de substancias”, y que lo único que él afirma es que “todo cuanto se verifica en la masa o agregado de substancias según las leyes mecánicas, eso mismo *se expresa* según las propias leyes de sí misma en el alma o entelequia” (GP II 205s). De Volder no negaba ninguna de estas dos afirmaciones e incluso había diseñado él mismo una estructura semejante “para la máquina del mundo” a mitad de camino entre la expresión leibniziana y la identidad/paralelismo spinoziano de las dos series (GP II 167, cfr. notas 346, 568). Por eso ---insiste el holandés---, tendríamos resueltos todos nuestros problemas, si Vd. demostrara ‘*ex necessitate*’ la actividad de su substancia (GP II 200). Tras muchas dudas, Leibniz lo intenta tímidamente: “Puesto que Vd. mismo niega conmigo ‘el influjo físico’, y nada es pasivo sin que sea activo, esta misma imposibilidad de influjo nos conduciría a la afirmación de la actividad autárquica de la sustancia” (GP II 200). Pero era evidente que esta prueba era una simple ‘*petitio principii*’, como señalaba ya el mediador Bernoulli (GM III 626) y confirma de Volder (GP II 209). Así que ---interviene de nuevo Leibniz--- habrá que reiniciar desde el principio la noción de substancia, pero, por favor, que no sea la de Spinoza, “que nadie acepta hoy” (GP II 213).

En efecto, Spinoza, como Descartes, como de Volder, todos ellos ---objeta Leibniz ya con energía---, se enredan con sus conceptos, conceptos supuestamente primitivos y separables entre sí

sin saber qué cosa son, “pues sería difícil poner ejemplos de un concepto al que no se le pudiera quitar nada de su representación” (GP II 232) y, a su vez, “no son posibles dos cosas, *A* y *B*, que no tengan algún predicado común” (GP II 233, 237; véase GP II 215-217, 222s, 227, 231, 233s, 242); identifican Vds. atributo con substancia (GP II 216, 223, 229, 236); la separabilidad real de las cosas la hacen depender de la separación noética de los conceptos (GP II 230, 237s); confunden lo que es ‘concebido por sí mismo’ con lo que ‘existe por sí mismo sin que requiera otro sujeto de inhesión’ (GP II 216, 221); y, como a cada atributo lo definen conceptualmente de manera unívoca sin caer en la cuenta de que nada de esto ocurre en la realidad de las cosas, terminan por destruir el contenido existencial de la substancia concreta, la convierten en un puro ente de razón o sustantivo común, ‘cosa’, ‘substancia’, identificándola genéricamente con lo que Vds. llaman ‘extensión’ y ‘pensamiento’ (GP II 222s, 227, 237s) y, lo que es más grave, terminan por identificar la noción general de substancia con la substancia simplicísima de un único atributo, esto es, con la substancia única, Dios (GP II 223, 225, 232, 235s, 239), de la que nada se podría deducir, que tenga que ver con la diversidad y variedad del mundo (GP II 226 y nota 419, GP II 230s, 234, 239). En conclusión ---dice Leibniz---, aun limitándonos al terreno en el que Vds. trabajan, esto es, a los puros conceptos, a) no existe substancia alguna que no implique relación con todas las perfecciones de cualesquiera otras; b) no puede concebirse la substancia de un único atributo (contra los cartesianos); c) no puede concebirse por separado ningún atributo o predicado simple o absoluto (contra Spinoza). El error de todos Vds. estriba en haber olvidado que sólo desde los sujetos son demostrables los predicados (GP II 239) . De manera que tampoco podemos distinguir entre la noción general de substancia y la noción de substancia concreta: toda sustancia es concreta, está ya determinada, cada una en su ‘situs’ en el universo, dotada de su acción y pasión; cada una es *ἄτομον ἀutoπληρούν*, átomo completo y vital (GP II 224, 227), de forma que, si no exigimos más que la extensión para

concebir la substancia corpórea, me temo que haremos desaparecer todas las substancias creadas (GP II 227).

Hay que volver, pues, a las cosas, a los existentes y sus perfecciones, a los sujetos, irrepetibles, singulares pero llenos de relaciones y de intercambios representacionales con los otros sujetos de la universalidad de las cosas (GP II 221, 226s, 239); debemos buscar una noción que corresponda a todas las substancias y esté de acuerdo con el uso de la gente, de manera que Vd., aquél, yo, seamos considerados como substancias (GP II 232). El debate termina, así, en el maravilloso Escrito 25. En virtud del carácter radicalmente individual de cada substancia, aunque pensamiento y extensión son verdaderos atributos, ninguno de ellos es absoluto ni se identifica, por lo tanto, con sustancia alguna: “ningún predicado se identifica con el sujeto sino cuando éste se toma *en concreto*, de manera que la mente con quien coincide es con el *pensante* (aunque no formalmente) y no con el pensamiento” (GP II 249, 277s), ni el cuerpo coincide con la extensión, sino con *lo extenso* (cfr. nota 497). A propósito de la famosa doctrina cartesiana, que de Volder está defendiendo, según la cual la separabilidad conceptual de dos atributos, A y B, implicaría la separación real de dos substancias (GP II 242), Leibniz le obsequia con los párrafos más bellos, en mi opinión, de toda la correspondencia, una síntesis explosiva de su visión del mundo, que uno puede no compartir, pero no puede por menos que admirar. Le ha precedido el debate sobre el ‘lugar’ de las substancias. Dos substancias singulares, por iguales o semejantes que parezcan, han de distinguirse internamente; todo en la naturaleza está diversificado; incluso una línea recta, que podemos considerar como algo abstracto, teórico e incompleto en nuestro cálculo, en la naturaleza ha de distinguirse de cualquier otra por sus contenidos, como ya vimos en el tratamiento de los infinitésimos. Dejo, pues, al lector que disfrute directamente de estos párrafos GP II 249-253 y, si lo tiene a bien, discuta conmigo las notas 533-542.

A partir de este momento (octubre 1703, Escrito 26), la correspondencia se precipita hacia el fracaso final: “Ya no me sorprende --- dice de Volder--- que repita Vd. cada vez con más

frecuencia que tiene en su mente todo tan previsto que está dispuesto a resolver cualquier dificultad” (GP II 254). Evidentemente, todo el sistema era, para él, una flagrante ‘petitio principii’: supone Vd. de forma gratuita que toda substancia es activa; “si no se da algo verdaderamente uno, toda cosa verdadera quedaría eliminada” --- dice Vd.; pero, o yo no entiendo nada, o esto es también un supuesto más de su hipótesis” (GP II 255); con las fuerzas derivativas, de las que Vd. y yo hablamos, obtenemos los mismos resultados sin necesidad de ese extraño substrato primitivo (GP II 260s); toda modificación en los cuerpos es perfectamente explicable desde fuerzas exteriores (GP II 255s), etc.

Por si faltaba algo para comprender que de Volder tenía sus razones para acusar a Leibniz de ‘circularizar’ todo su sistema, un mes después del Escrito 26 del holandés, Leibniz envía a Bernoulli (22/11/03) la carta 163 sobre la foronómica de Huygens, a la que me he referido al comienzo de esta Introducción: las leyes de la naturaleza se establecen más por el resultado que por una demostración necesaria (...), más por la armonía y perfección de las cosas, de la que dependen las leyes del movimiento, que por una sorda necesidad como es la geométrica (GM III 728ss). “Te pido --- le insiste a Bernoulli--- que hagas llegar la carta adjunta (Escrito 27, 10/11/03) a nuestro ilustre de Volder, a quien supongo tampoco desagradarán estas cosas acerca de las leyes de la naturaleza, que deben ser derivadas no de la necesidad geométrica, sino del principio de la Sabiduría y de la Armonía (GM III 730).

Los Escritos 27, 29, 31 de Leibniz a de Volder son particularmente duros y triunfales, agrios y contundentes. “Yo no supongo como hipótesis la actividad de la substancia ---dice---, sino que llego a ella necesaria y lógicamente desde la experiencia”. Tenemos que empezar excluyendo de la noción de substancia todos los agregados, “pues se ve claro que el fundamento real de la unidad no pueden ellos aportarlo. Pero, si de esto no le puedo persuadir a Vd., es inútil que sigamos adelante” (GP II 256s). De Volder no podía ser persuadido en modo alguno de esta paradoja: ahora resulta que si no hay unidades simples (lo real), no hay pluralidades (lo ideal); pero

desde las pluralidades no podemos encontrar el fundamento real de dichas unidades. Pero entonces, ¿qué clase de unidades son éstas? ¿dónde está ese fundamento real de lo ideal? ¿No será que Leibniz desvaloriza por completo la naturaleza de los cuerpos, para trasladarnos a un universo esotérico, una suerte de mística pseudo-racional, que ahora nos la quiere hacer pasar como científica? (GP II 259, 261s, 272). Herido en su orgullo, Leibniz emprende la suprema tarea de hacer ver a de Volder que sus argumentos son *a posteriori*. Y empieza recordándole que en el *De ipsa natura* contra Sturm (1698) (que el holandés había leído), había él demostrado “precisamente desde los fenómenos” que los cuerpos deben diferenciarse entre sí intrínsecamente pues, de no ser así, no se distinguiría en lo lleno un estado de otro en el mismo cuerpo, ya que las partes que se sucedieran unas a otras serían siempre exactamente equivalentes y no habría posibilidad de dar razón de la variedad, a menos que acudamos a un principio interno que la fundamente (GP II 257; véase texto en nota 419). Así que ---prosigue Leibniz--- si Vd. admite conmigo (frente a los cartesianos) que las mutaciones y movimientos observados no han de ser re-creados en cada instante por Dios, y si admite también (contra Malebranche y Sturm) la existencia de fuerzas derivativas en la naturaleza a fin de salvar las variaciones de los fenómenos, no tendrá más remedio que aceptar mi otro argumento: “que las fuerzas derivativas o accidentales son meras modificaciones, pero que lo activo ---y las fuerzas derivativas también son activas (GP II 262)--- no puede ser modificación de algo pasivo; pues en la modificación lo único que se da es la variación de los límites y, por eso, los modos simplemente limitan las cosas, no las aumentan ni pueden contener, por lo tanto, una perfección absoluta que no esté ínsita en la cosa que modifican (GP II 257). Por lo tanto, deberá Vd. admitir, en concreto, que las mutaciones sucesivas que observamos en las cosas les nacen de su propio fondo activo, algo parecido a como de la ley de una serie se producen los términos sucesivos (GP II 258s); deberá admitir que es propio de la naturaleza de las cosas *singulares* la tendencia interna a la mutación temporal (GP II 258, 262, 277s) y, por lo tanto, que la fuerza

derivativa es el estado mismo presente en tanto que tiende al siguiente o pre-envuelve al siguiente, en la medida en que todo lo presente está grávido de futuro (GP II 262). En conclusión, las fuerzas derivativas, que Vd. y yo admitimos *a posteriori*, deben proceder del principio activo que yo propongo, a menos que quiera refugiarse en aquel equívoco del que hablaba Vd. en su último Escrito, a saber, que “quizás todo este universo corpóreo no fuera sino una sola substancia” (GP II 255) -- -y le recuerda malévolamente por dos veces a B. de S (GP II 257s, 262, y nota 568).

El argumento de Leibniz es sutil, lógicamente irreprochable y hermoso, pero es circular: porque, aun admitido *a posteriori* el hecho (tó otí, dice Leibniz, GP II 257s) de las mutaciones, de Volder siempre podría objetar ---y de hecho, sigue haciéndolo hasta el final (GP II 259s)--- que tales variaciones son perfectamente explicables por la composición de masas y velocidades. Leibniz supone aquí, una vez más, sus *estrategias* señaladas anteriormente: toda mutación exige un principio estable; está suponiendo, además, que las transformaciones “en la universalidad de las cosas” han de atribuirse a *cada* una en particular de forma *intrínseca*, esto es, a cada *sujeto*, de manera que suponer sujetos ontológicos a fin de explicar las transformaciones fenoménicas precisamente en la *universalidad* de las cosas, es claramente una ‘*petitio principii*’; lo mismo ocurre cuando, para dar razón de las mutaciones sucesivas de las cosas, Leibniz acude, sin nombrarla, a su doctrina de la *espontaneidad* de la substancia, que a de Volder debió de recordarle todos los problemas que había encontrado en la ‘*actio formalis*’ del argumento *a priori* (GP II 270); y cuando Leibniz añade que “explicar un fenómeno por otro y éste, a su vez, por otro, no es sino trasladar la explicación sin encontrar el principio de la mutación”, siempre se le podría responder o que tal principio es innecesario o que, en todo caso, él puede creer lo que quiera. Y lo que él cree es que “dado que Dios (por ser perfectísimo) opera de modo natural en el que debe darse la *razón y el orden*, habrá que afirmar que introdujo en las cosas estos principios de la mutaciones *a fin de que* los fenómenos puedan ser inferidos, los posteriores de los anteriores. Sólo *después* de admitir esto así, podrá

Vd. aplicarlo en sus términos correctos en todas las cosas”. Y termina: “Más aún, habrá que decir que, si no lo produjo así, nada durable produjo en absoluto, ningún sujeto de la mutación” (GP II 258s y nota 570, GP II 261s y nota 587). Mas, ¿por qué esa razón del orden es *más razón* que la puramente mecánica, que podemos contrastar por la experiencia? (GP II 261).

Se vuelve siempre al circuito leibniziano y de Volder, cada día más desazonado, se siente confuso, interpreta mal (según Leibniz) el alambicado paso de las unidades simples a las entelequias o a la inversa (GP II 259, 261s, 265s), no ve por qué de las pluralidades físicas o matemáticas haya que ‘saltar’ a las unidades simples y le sienta mal que el filósofo le asimile a B. de S, que “identificaba como una misma substancia el pensamiento y el cuerpo, opinión que yo he tenido siempre como muy absurda” (GP II 260, 266). No obstante, en un supremo y noble intento de aproximarse a Leibniz, de Volder había señalado: “Yo siempre he entendido por fuerzas no algo substancial, sino algo inherente a la substancia. De manera que, entendidas separadamente del fundamento del que fluyen, siempre he considerado yo a las fuerzas a modo de denominaciones extrínsecas, pero al fundamento lo he considerado como aquello mismo que existe realmente en sí. Tal vez esto último sea lo que Vd. llama fuerzas primitivas, de las que fluyen las derivativas” (GP II 266, 274). Leibniz aprovecha inmediatamente este pequeño resquicio para hacerle ver que, en efecto, puesto que las fuerzas derivativas son mudables y momentáneas, habremos de entenderlas en relación a ese “fundamento existente realmente en sí”, que el holandés intuye pero no acaba de aceptar, porque aún no ha logrado transitar de ‘lo imaginable’ (la sucesión) a ‘lo inteligible’ (lo permanente). “Y recordará Vd. ---añade Leibniz, y obsérvese cómo desvela aquí la raíz de toda su doctrina--- que en el cálculo en el que yo demostré *a priori* la verdadera medida de las fuerzas derivativas, la que llamé fuerza multiplicada por el tiempo en que se ejerce producía la acción [ $a=pt$ ] y era, por lo tanto, lo que en la acción es momentáneo pero con relación al estado siguiente. Y esto es justamente lo que tantas veces he dicho, ni recuerdo haber retractado, a saber: si no hay *en nosotros*



algo activo primitivo, no puede haber *en nosotros* ni fuerzas derivativas ni acciones”, etc. (GP II 270).

“En nosotros”: Leibniz modifica ---o mejor, matiza--- su primer argumento para trasladarlo al terreno de la *subjetividad*, el único dato *a posteriori* del que podemos partir. Así que, cuando de Volder vuelve a insistir en que “ninguna experiencia enseña que las mutaciones de las cosas dimanen desde dentro de ellas” (GP II 261), Leibniz responde un tanto displicente: “Tampoco yo le he vendido esto como una experiencia” (GP II 264). ¿Qué es, entonces, lo que le ha vendido? Simplemente, que observamos mutaciones en las cosas ---y ahora añade “en nosotros”--- y sólo desde aquí podemos proceder con lógica y razonamiento. No estamos nosotros evidentemente dentro de las cosas para ver el fundamento de sus mutaciones, pero estamos dentro de nosotros mismos y tenemos la experiencia --- la consciencia--- de nuestro Yo, de nuestras propias percepciones y apetitos y, “al menos ---le dice--- supongo que admitirá Vd. que hay en la mente algo que proviene intrínsecamente de ella misma y no de otra substancia finita” (GP II 265) . “Convendrá, pues, considerar ahora que en este principio de acción, del que he hablado, se contiene un gran fondo de inteligibilidad, pues *en él hay algo análogo* a lo que reside en nosotros, a saber, la percepción y el apetito, *ya que al ser uniforme la naturaleza de las cosas* , no puede ser la mente infinitamente distinta de todas las demás substancias simples de las que se compone el universo. Más aún, analizando esto con rigor, habrá que afirmar que nada hay en las cosas sino substancias simples, y en ellas la percepción y el apetito” (GP II 270).

Si prescindimos ahora de la polémica sobre el idealismo que contienen estos últimos Escritos a de Volder (cfr. nota 542, 2ª parte), el argumento supremo *a posteriori* de Leibniz es hermético en toda regla. Dice así:

- 1) Si en nosotros experimentamos nuestras percepciones y apetitos, tiene que haber en nosotros, aunque fenoménicamente no lo percibamos, un *principio activo* como origen de dichas experiencias, *pues todo lo accidental*

*o mudable debe ser modificación de algo esencial y perpetuo* (GP II 251, 252, 257, 262, 270).

2) Pero, en virtud del principio de *uniformidad/variedad de la naturaleza*, no puede ser nuestra condición humana una excepción infinitamente distinta del resto de las demás sustancias de las que se compone el universo (GP II 264, 270, 277, 282).

3) Por lo tanto, si se me concede: a) que existen infinitos percipientes, en cada uno de los cuales hay una ley cierta de progresión de sus fenómenos; b) que los fenómenos de los diversos percipientes conspiran entre sí; c) y que la Común Razón tanto de su existencia como de su conspiración reside en aquello que llamamos Dios, entonces yo, por mi parte, nada más pongo y nada más pido que se ponga en las cosas (GP II 264).

Como ya sugerí desde el comienzo de esta Introducción (y puede verse más detenidamente en mis comentarios), el principio de uniformidad/variedad de la naturaleza, “mi gran principio de las cosas naturales” ---decía Leibniz (GP III 339, 343)--- fue utilizado masivamente por el filósofo en su doctrina de la ‘incorporación’ de las sustancias, en la explicación de la ‘preformación orgánica’ desde el comienzo del mundo y la pervivencia en ellas del cuerpo ‘sutil’ tras la muerte, aplicando a su nuevo sistema de la sustancia simple y su espontaneidad elementos esenciales que se contenían en la tradición alquímica y paracelsista-helmontiana. No es, para él, este principio un mero registro inductivo, sino la asunción *previa* del sistema orgánico de las sustancias singulares del mundo, en el que la analogía, la expresión y la continuidad, cumplen una función estrictamente ‘científica’, como vimos (véanse notas 264, 330, 519, 541).

Al Escrito 29 de Leibniz, fechado el 21/1/1704, de Volder no responde hasta el 31/5/1704 (Escrito 30). Está enfermo, piensan Bernoulli y Leibniz, lo cual era cierto, pero no lo era menos que el tono arrogante del filósofo le había herido: “Me preguntas por qué he callado tanto tiempo en responder al ilustre Leibniz ---escribe de

Volder a Bernoulli---. Su última carta contiene algunas cosas que me llevan al convencimiento de que, según es costumbre en los grandes hombres, no soporta serenamente que se le contradiga. Todo el problema se reduce a que, en lugar de darme una demostración de la substancia como activa por naturaleza, yo acepte el nombre de *εντελέχεια*, de unidad y de fuerzas primitivas, que contienen en sí toda la mutación; pero de todo esto yo no entiendo nada salvo que disponemos de fuerzas derivativas, esto es, la cantidad y la velocidad” (GM III 735). De Volder comunica a Leibniz directamente su malestar en el mismo Escrito 30, donde parece decidido a terminar con la disputa: “No deseo que interprete Vd. mi silencio contrariamente a mi intención. Pero no quisiera ocultarle que me resultó sumamente desagradable advertir en sus palabras una cierta condescendencia, como si a mí no me agradara poner de acuerdo nuestros pensamientos (...). Por mi parte, en ningún modo quisiera ser impertinente para con los amigos. Así que termino. Adiós” (GP II 266).

Leibniz pide disculpas (Escrito 31, GP II 267), pero, más seguro cada vez de sí mismo, se queja también ante Bernoulli: “Más de una vez he utilizado tres o cuatro argumentos a los que nunca ha respondido directamente, como son: *que toda realidad de agregados se sustenta en los simples; que la extensión es algo relativo, esto es, extensión o difusión de alguna cosa; que la fuerza o la acción no pueden ser modificaciones de una cosa meramente pasiva por sí misma* (subrayados de Leibniz) (...). Si él mismo ha admitido, bajo otro nombre, el “fundamento de las fuerzas”, ¿qué más me pide, entonces, que demuestre? ¿que de dónde proviene, a su vez, en las cosas este fundamento? Necesitaríamos, así, otro nuevo fundamento, como si alguien exigiera para el número, el espacio y el tiempo un origen anterior al que entraña su propia noción. Así pues, de la misma manera que le he explicado las últimas razones del espacio y del tiempo por el orden relacional de existir simultánea o sucesivamente, así igualmente le he explicado “el fundamento ese de las fuerzas” *por analogía* con el principio de actividad que experimentamos en nosotros mismos, y que no contiene más que la percepción y el

apetito. Cualquier otra cosa más allá de esto ni se puede alcanzar ni se puede conocer en la naturaleza de las cosas, salvo naturalmente la Razón Suprema y Común (...). Por lo tanto, no son puros nombres en lugar de realidades lo que yo le he ofrecido (...). Los argumentos que le he dado no los encontrará fácilmente en otro sitio ni fácilmente podrá destruirlos, ni sé si hay otros más inmediatos que éstos y que penetren más profundamente en el interior de las cosas” (GM III 756). Mas, ¿por qué la nueva ciencia, que de Volder practica, tendría que escrutar ‘el interior’ de las cosas? ¿qué ‘interior’ es ese y qué instrumentos conceptuales tenemos para desvelarlo? He aquí, como sugerí desde el comienzo, la ‘nueva’, esto es, tradicional epistemología de Leibniz.

Siguen los Escritos 30-36, donde el filósofo martillea infatigable y agotadoramente todos los clavos de su argumentación hasta dejar el artefacto bruñido, sin fisuras, como a él le gustaba, un asombroso alarde de circularidad. Al final del Escrito 33 ---y con él quiero terminar este epígrafe--- Leibniz obsequia a de Volder con esta pieza maravillosa: “Las cosas singulares contienen el infinito; para la formación de los universales, por el contrario, abstraemos mentalmente ciertas circunstancias y eliminamos otras muchísimas. Así que sólo en lo singular se da una noción completa y, por eso, contiene sus propias mutaciones (...). La ordenada relación esencial que cada singular tiene con el tiempo y el lugar ha de entenderse, pues, en relación a los *contenidos* en tiempo y lugar tanto próximo como remoto, que todo singular ha de expresar necesariamente, de manera que en él pueda leerse el universo entero por un lector de infinita perspicacia (...). De las apariencias precedentes se producen las siguientes de acuerdo con las leyes metafísicas y matemáticas de la eterna verdad. Y la razón por la cual se dan unas determinadas apariencias es la misma razón por la que existe el universo. Por todo ello, verá Vd. fácilmente que las substancias simples no pueden ser más que fuentes o principios (y, al mismo tiempo, sujetos) de otras tantas series de percepciones, que se desarrollan ordenadamente y expresan con la máxima y ordenadísima variedad la misma universalidad de los fenómenos mediante los que la Suprema

Substancia difundió, en cuanto es posible, su propia perfección en las substancias múltiples que de ella depende, y a las que hemos de concebir como concentraciones del universo y (unas más que otras) como imitaciones de la divinidad. No creo que puedan entenderse, ni siquiera incluso (en conjunto) desearse, otras razones de las cosas: *así debieron existir o de ningún otro modo* (GP II 277s). Leibniz dixit.

### **3.3. Leibniz – Jacob hermann – Johann Bernoulli (1704-1716)**

¿Qué hacía, entre tanto, Johann Bernoulli mientras asistía estupefacto al dramático desenlace con de Volder? Como sugerí más atrás, al profesor de Gröningen se le había administrado ya su buena dosis de metafísica: debía haber comprendido la relación entre lo pasivo y lo activo, lo completo y lo incompleto, lo posible, lo contingente, lo necesario, la simplicidad de la substancia, la función ideal de los infinitésimos, el argumento de analogía entre las mutaciones de nuestra alma y el resto de las substancias del universo, la doctrina de la preformación orgánica, etc. (GM III 545-547, 559s, 563, 564-566, 574ss...); debía haber entendido la importancia decisiva de la elasticidad de los cuerpos, la ley de la continuidad y la necesidad de transitar por esta puerta a fin de alcanzar las nociones metafísicas (GM III 544, 548s, 551, 602, 609s, GP II 195) . Johann Bernoulli, como tantos intelectuales residentes en la convulsa Holanda entre los dos siglos, hacía también sus pinitos teológico y metafísicos (GM III 504s, 569s, y nota 505); pero, a diferencia de de Volder, se muestra ante el filósofo en estas materias más como Simias y Cebes frente a Sócrates; pone sus chinitas y deja que el sabio las disuelva. Pero donde se siente fuerte, exultante y agresivo es en la matemática, polemizando con el mundo entero.

Lo habíamos dejado disfrutando de su brachystochrona y su síncrona, extrayendo de ellas nuevos teoremas (GM III 469s) y tratando de reducir al silencio a su hermano Jacob. Al mismo tiempo,

va a arreciar en París el conflicto con Rolle y De La Hire sobre el cálculo diferencial, del que constantemente le informa Varignon (GM III 477 y notas 185, 224, 627); polemiza con Tschirnhaus sobre la construcción de arcos de parábola (GM III 473, 475ss, 492s y nota 34); colabora a la refutación definitiva de Papin; ha leído las *Animadversiones* contra Descartes; discute con Leibniz sobre la realidad de los infinitésimos (cartas 75ss, GM III 499ss); resuelve con nuevo método doble el problema de las isoperímetras propuesto por el hermano Jacob (GM III 506-513), que ya antes había solventado (GM III 413-419). David Gregory ha publicado una demostración de la catenaria, que suscita el rechazo de Bernoulli porque el escocés “no entiende nuestro cálculo” (GM III 538, 545ss, nota 145); lee con placer el *De ipsa natura*. Han sido admitidos en la Academia Francesa él, Leibniz, Tschirnhaus y Newton (1699). Comienza la polémica con N. Fatio de Duillier que, herido por no haber sido invitado a resolver la brachystochrona, es el primero que acusa a Leibniz de haber plagiado a Newton el cálculo (GM III 596ss, notas 390, 391). Se edita el vol. III de las *Opera* de Wallis, donde se contiene, con la aprobación de Leibniz, la vieja correspondencia de éste con Newton, de 1676-77. Bernoulli es nombrado Rector Magnífico (GM III 611). De abril a septiembre de 1700 Leibniz viaja a Berlín; preparativos para la nueva Sociedad de las Ciencias (GM III 634); Bernoulli y de Volder son invitados a enviar sus trabajos (GM III 635, GP II 214). Bernoulli experimenta con un nuevo tipo de fósforo líquido y más brillante (GM III 636ss). Bredenburg y Spinoza vistos por Bernoulli y Leibniz (GM III 642, GP II 217s, nota 448). Prosigue la polémica con Fatio, el enfrentamiento con el hermano y la mediación de Leibniz (GM III 650ss), así como el debate parisino de Varignon y Saurin con Rolle sobre la realidad de los infinitésimos (GM III 644ss). El joven matemático Jacob Hermann entra en escena (1701) con un opúsculo en el que critica la negativa de Nieuwentijt a admitir diferenciales de grado superior (GM III 648, notas 33, 455). De nuevo Tschirnhaus sobre rectificación de curvas sin utilizar cuadraturas (GM III 656, 658, y nota 34). Leibniz presenta a Bernoulli su viejo invento del cálculo binario, que éste no conocía y

discute (GM III 657, 659, y notas 459, 460). De nuevo Leibniz-Bernoulli sobre la polémica Varignon-Rolle (GM III 662- 664, 664-667, 670s). Hermann marcha a Inglaterra a visitar a Wallis, Newton y otros, de donde volverá ‘newtonizado’ (GM III 681). Una vez más Leibniz en Berlín (septiembre 1701). Bernoulli se queja de que Johannes Gröning, autor de una *Historia Cycloidis*, de la que ignora casi todo, no le atribuya el mérito que se merece (GM III 685s, 688). Leibniz regresa a Hannover (febrero 1702): carta a Varignon, 2 febrero (GM III 692, véase Apéndice). Segunda edición del *Dictionnaire* de Bayle: se inicia la polémica sobre el artículo ‘Rorarius’ (GM III 696, nota 503) . Sigue el intercambio con Varignon. Bernoulli envía a Leibniz un artículo publicado en las *Actas* sobre multisección de ángulos, con una serie de problemas a resolver “sobre el misterio de las cuadraturas” (GM III 699-702), a lo que Leibniz responde: las expresiones transcendentales se reducen a exponenciales y logarítmicas, de manera que eliminado  $dx$  se eliminan las incógnitas, como en el Álgebra (GM III 703-708); réplica de Bernoulli (GM III 709-711). Los conflictos teológicos de Bernoulli (GM III 711s y nota 505). Bernoulli entra en polémica con Bayle sobre la relación del alma con el cuerpo y presenta a Leibniz sus propias dudas (GM III 713s). Se publica en las *Actas* (1703) un artículo de Bernoulli sobre cuadraturas por resolución de fracciones (GM III 721); otro en el *Journ. des Savans* (1703) para encontrar curvas infinitas distintas en especie e iguales a una curva dada (GM III 721, 723). El escocés George Cheyne acaba de publicar un libro sobre “el método inverso de fluxiones” al estilo newtoniano, que Bernoulli critica ferozmente, pues tienen más interés los trabajos matemáticos de Moivre (GM III 723s, 727, 731, y nota 549). A Bernoulli le requieren en la universidad de Utrecht, pero él desea volver a Basilea (GM III 724). Carta de Leibniz sobre la foronómica de Huygens (1703) (GM III 727ss). A propósito del libro de Cheyne sobre fluxiones y con la participación de John Craig (cfr. nota 15), se empieza a ahondar la polémica acerca de la prioridad de la invención del cálculo (GM III 731, 737). Sobre el problema de encontrar infinitas curvas algebraicas iguales a una dada, propone Leibniz su

propio método (GM III 732-736, 738). Los *Opuscula Pósthuma* de Descartes y una edición bilingüe de los *Elementos* de Euclides, ésta última a cargo de David Gregory (GM III 731, 737). Bernoulli sigue sin entender la continuidad cósmica de Leibniz (GM III 737, 741). También Bernoulli, como Tschirnhaus o Hartsoeker, construye espejos cáusticos (GM III 738). Bernoulli ha estado gravemente enfermo; han muerto Wallis, De L'Hospital, Hudde, Viviani y “como ya no había sitio para mí, a poco me he liberado de la barca de Caronte” (1704) (GM III 746); el filósofo le anima a que se cuide y le aconseja remedios naturales (GM III 748). Sigue la agria polémica de Bernoulli con Cheyne, a quien Moivre ha refutado (GM III 758s). Aparece la edición inglesa de la *Óptica* de Newton, con apéndices latinos sobre las líneas de tercer orden y las cuadraturas de curvas geométricas (GM III 759). En su *Astronomía* David Gregory, siguiendo a Newton, ataca la doctrina de los vórtices, “sin caer en la cuenta de que nada se mueve sino desde algo, a su vez, movido y contigo” (GM III 760, 762, 861, 966, y nota 145). Nuevo debate a la vista: a propósito del libro de A. Parent *Recherches de Physique et de Mathématique* (1705) (nota 632), Varignon comunica a Bernoulli que ha obtenido una medida de la fuerza centrífuga distinta de la de Huygens, que Bernoulli, Leibniz y Hermann discutirán largamente (GM III 765, 767s, 770, GM IV 343ss, y nota 688). En 1705 publica Bernoulli en las Actas otro artículo que completa su anterior de 1703 sobre la construcción de infinitas curvas algebraicas iguales a una dada, que ahora se transformará en lo que llama ‘movimiento reptorio’ con curvas multigibas: reducir cualquier curva a una serie ininterrumpida de arcos circulares iguales a ella sin necesidad de cálculo (GM III 769, 777); Leibniz lo había resuelto mediante la construcción de espejos elípticos haciendo coincidir los extremos de la curva dada con los focos de la elipse (GM III 778, 779-781, y nota 573); prosigue interminable la polémica (GM III 782s, 784, 785, 796-798, 803-809, 812-814), que provoca algunos reproches mutuos (GM III 785s).

La carta 189 de Johann Bernoulli, de 10 de octubre de 1705, está escrita ya en Basilea (GM III 772s, GP II 280), coincidiendo con



la muerte repentina del hermano Jacob, que sorprende a nuestro héroe en pleno traslado desde Gröningen. De Volder se ha jubilado (GM III 776, GP II 280) y fallecerá cuatro años después, en 1709 (GM III 776, 845). Entre tanto, Leibniz ha iniciado su correspondencia con Jacob Hermann (octubre 1704, GM IV 259), a quien recomendará infructuosamente para las vacantes de Marburg y Gröningen (GM III 774), pero no descansará hasta conseguir para él la cátedra de Padua, que el joven matemático suizo ocupará de 1707 a 1712 (GM IV 258, 263, 267, 271...321). En su primera carta (*Doc.* 1), fechada en Basilea el 15 de octubre de 1704, tras agradecer a Leibniz el interés que muestra por su promoción académica, Hermann le manifiesta que “arde en deseos de propagar por Italia su Análisis de los Infinitos” (GM IV 269), y le envía, como muestra de su dominio del nuevo cálculo, un pequeño escrito sobre el “método para averiguar el radio del ósculo en cualquier curva”, siguiendo las doctrinas de su maestro Jacob Bernoulli (GM IV 261-263). Leibniz, a su vez, en respuesta, echa mano de sus papeles y le expone el cálculo binario (GM IV 265) y, sobre todo, le sugiere la manera de expresar los determinantes de dos ecuaciones de segundo grado mediante dicho cálculo (GM IV 269s). Y como Leibniz ha hecho referencia a las series infinitas y a su viejo Tetragonismo (GM IV 266), la conversación sigue por estos derroteros (GM IV 267s, 272-275, 276, 302s, 304). Entre tanto fallece Jacob Bernoulli, Hermann redacta el elogio fúnebre (GM IV 288-292), y toma posesión de su cátedra en Basilea el recién llegado Johann (GM IV 286).

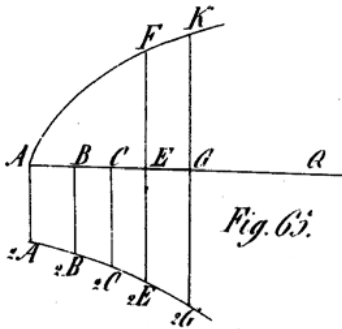
La correspondencia matemática de Leibniz con Hermann es un excelente apéndice o prolongación del intercambio con Johann Bernoulli; algunos de los problemas suscitados o resueltos por Hermann tienen su origen en trabajos de Bernoulli, tales como describir una curva de forma que el eje interceptado entre ella y una tangente cualquiera sea respecto de ésta última como la razón  $m$  a  $l$  (GM IV 286s), o el tantas veces discutido con Leibniz de transformar una curva dada en otras iguales sin necesidad de cálculo, etc. (GM IV 295, 297, 300, 358, GM III 721, 723, 732-736, etc.) . Hermann se ocupa también de la brachystochrona (GM IV 301s). En 1707 se

publica la *Arithmetica Universalis* que Newton había redactado hacía más de treinta años (GM III 821, 822, GM IV 325), y todos ellos, incluido el compañero de estudios y sobrino Nicolás Bernoulli (GM III 827-835, GM IV 332), se entregan a buscar variantes y perfeccionar el método para encontrar los divisores, racionales e irracionales, de una ecuación de dos o más dimensiones (GM IV 329-332, 332 -334, y Leibniz GM IV 335-339). Hermann entra también en polémica con De La Hire y con Parent y se ocupa en refutar a éste en el problema de medir la fuerza centrífuga, que todos habían aprendido de Huygens (GM IV 343, 346s, 348, 352, 355, y nota 688), etc.

A comienzos del curso 1708-9, Hermann comunica a Leibniz que tiene intención de explicar a sus alumnos de Padua la mecánica de fluidos y quiere apoyarse, entre otras cosas, en los descubrimientos dinámicos del filósofo (GM IV 334). Parece ser que Leibniz debió de enviarle algún extracto o síntesis de sus argumentos *a posteriori*, pero Hermann desea “ver también la demostración *a priori* sobre la medida de las fuerzas” (GM IV 342). Pasados más de dos años, e inquieto porque no le llegan las cartas de Leibniz, Hermann vuelve a contar sus proyectos (11/1/1711 GM IV 362-365, 9/4/1711 GM IV 365s): su libro sobre la mecánica de fluidos estaría ya en la imprenta, “si no fuera porque he decidido incorporarle (...) la admirable ciencia dinámica que Vd. ha demostrado, a fin de hacer ver cuántas consecuencias se deducen de unos pocos principios simplicísimos” (GM IV 366). El 2 de junio de 1711, tras recibir carta de Leibniz (que no se ha conservado, GM III 883), vuelve a repetir su proyecto de “demostrar la nueva ciencia dinámica sobre la medida de las fuerzas de los cuerpos según su mole y los cuadrados de las velocidades. En esta investigación he descubierto que, partiendo de *un único y simplicísimo principio* (...) deduzco fácilmente todo cuanto se puede proponer sobre los movimientos acelerados en cualquier hipótesis imaginable de gravitación, ya desciendan los cuerpos en el vacío o en cualquier otro medio resistente” (GM IV 366s). De junio de 1711 a junio de 1712, la actividad frenética epistolar de Leibniz y de Bernoulli para conseguir el traslado de Hermann a Frankfurt del Oder

y, como consecuencia, la posibilidad de que el sobrino Nicolás se trasladara a Padua (cfr. cartas 222- 232, GM III 868 -889), no se corresponde con la ausencia de cartas directas de Leibniz a Hermann en el mismo período. El 6 de julio de 1712 Leibniz comunica a Bernoulli que “Hermann dice poseer una demostración de mi doctrina dinámica. Estoy deseando conocer esa demostración y ver si difiere de las que nosotros hemos utilizado, tanto *a posteriori* como *a priori*” (GM III 889s), deseo que Bernoulli comparta (GM III 891). En efecto, además de la carta de 2 de junio de 1712, Leibniz ha recibido otra, con la misma fecha (post. Cal. Jun. 1712, Doc. 57, GM IV 367 -371), donde Hermann expone ya su tan esperado argumento *a priori*. “No se me oculta ---comienza diciendo--- que el célebre Johann Bernoulli defendió con vigor hace tiempo la Dinámica de Vd. ante de Volder y que atrajo a éste hacia *nuestra* posición utilizando un elegante argumento *a posteriori*, del que haré mención en mi Tratado, así como de los trabajos de Vd., ya que el argumento bernoulliano, extraído de la composición del movimiento, todavía no ha sido nunca presentado en público, de manera que podría decirse que hasta la fecha nadie ha expuesto públicamente la Dinámica de Vd.” (GM IV 368). En efecto, con ocasión del choque oblicuo frente a Papin, Leibniz y Bernoulli habían colaborado en la construcción del argumento *a posteriori* (cfr. GM III 229-238 [B], 251-254 [B], 259-261 [L] y notas 91, 107, 300, De Volder Escrito 11 GP II 207- 210, y Bernoulli GM III 629-639). Pero el valeroso joven matemático pretende apuntarse el tanto de dar a conocer la Dinámica.

¿Cuál era, pues, ese “único y simplicísimo principio” que contenía todo el argumento *a priori*? En las notas, sobre todo 72, 320, 402, 693, se exponen ampliamente las dimensiones del problema, que en páginas atrás he resumido brevemente. Ahora detallaré sólo el



argumento de Hermann y las primeras respuestas de Leibniz. El principio en cuestión es “un teorema mecánico absolutamente universal, algo conocido aquí y allá, pero todavía poco utilizado” --dice Hermann--, y se formula así: “las áreas curvas producidas por las velocidades elementales son proporcionales a los cuadrados de las ordenadas de la figura producida por las velocidades

originadas por la continua sucesión de dichas velocidades elementales (fig. 65). Así, si el móvil A con movimiento uniforme y velocidad  $EF$  se lleva desde A hacia  $Q$ , y luego con velocidad  $GK$  desde G hacia  $Q$ , entonces la fuerza del móvil A con velocidad  $EF$  será a la fuerza del mismo móvil pero con velocidad  $GK$  como  $(EF)^2$  es a  $(GK)^2$ ” (GM IV 368). El argumento de Hermann está basado en el teorema general de la fuerza viva, que todos conocían desde Galileo y Huygens y que, como sabemos, Leibniz no había inventado, pero dotó de un contenido metafísico absolutamente original y extraño (véase, por ejemplo, notas 39, 41, 49, 62, 65, 80, 91, etc.): para tiempos iguales y masas (o cuerpos) constantes, las potencias son como los cuadrados de las velocidades. Lo que hace ahora Hermann es visualizarlo desde el teorema newtoniano según el cual se da la proporcionalidad entre los trapecios infinitesimales formados por los incrementos de las velocidades elementales  $C_2C_2EE$ ,  $E_2E_2GG$ , y el cuadrado de las ordenadas o velocidades del móvil  $(EF)^2$ ,  $(GK)^2$ , con lo que el teorema leibniziano parecía demostrado desde los puros conceptos abstractos.

A Leibniz se le ofrecían en este momento dos posibles estrategias a seguir: la primera sería hacer ver a su joven amigo que, aun admitiendo en su integridad el argumento, éste era en todo caso puramente foronómico y dudosamente *a priori*. Tendría que haber empezado por explicarle que, tal como él concebía el mundo, hay en origen un solo movimiento *simpliciter simplex*, que es el movimiento rectilíneo uniforme, desde el que debemos componer todos los demás movimientos y hacerlos analíticamente compositibles con los *requisitos* de las cosas; que tal movimiento simple viene dado por la potencia intrínseca de cada cuerpo, su espontaneidad; que en el cálculo de los movimientos habríamos de considerar no sólo la repetición *modal* de los mismos, sino también la repetición *real* (cfr. nota 39), que contiene también la resistencia y la elasticidad (que al propio Huygens se le había escapado). Todo lo cual habría de conducirnos a la fuerza absoluta de los cuerpos por debajo de la relativa o foronómica, etc. Pero esto era, por el momento, demasiado para un matemático newtoniano que quería ser leibniziano, y se limita Leibniz a decirle de manera enigmática: “dudo de que tu argumento pueda valer sin los principios metafísicos que yo utilizo” (...); “yo tengo una prueba más elevada” (...), “extraída de las verdaderas fuentes de esta doctrina” (GM IV 372, 388).

La segunda estrategia consistía en ceñirse a la pura analiticidad matemática del argumento de Hermann y hacerle ver que, entre las diversas combinatorias que podemos hacer con las nociones abstractas de acción, potencia, efecto, espacio y tiempo, sólo hay una que da razón, mejor que las demás, de los fenómenos que podemos medir en el mundo. Aunque en su proyecto más secreto esta segunda estrategia estaba inspirada en la primera y conducía inexorablemente a ella, al hacerlo así, pensaba Leibniz, su prueba a priori debería tener validez analítica para los matemáticos y debería conducirles, a la vez, a la verdadera metafísica, pues, como ya le había dicho en 1703 a Jacob Bernoulli, maestro de Hermann, sobre el mismo argumento, “lo metafísico no es menos evidente que lo matemático, si se trata correctamente” (GM III 83, véase texto en nota 693, in fine). Así pues, el primer ataque fue mostrar a Hermann

que su razonamiento, basado en el teorema general de la fuerza viva, contenía una ‘petitio principii’. En efecto, (siendo  $v$  la potencia,  $c$  la velocidad,  $t$  el tiempo,  $l$  el espacio,  $d$  la diferencial), el teorema afirma que, para tiempos iguales, la fuerza o potencia es como el cuadrado de las velocidades:  $v=cc$ ; por lo tanto, la diferencial de la fuerza viva será el producto de la velocidad por la diferencial de la velocidad,  $dv=cdc$ ; por su parte, la diferencial del espacio recorrido será como la velocidad por la diferencial del tiempo,  $dl=cdt$ , para un movimiento uniformemente acelerado. Hasta aquí el teorema general. Ahora bien ---añade Leibniz (GM IV 372)---, lo que muestran los trapecios señalados por Hermann es que la diferencial (o solicitación) de la potencia es como el producto de la diferencial de la velocidad por la diferencial del espacio, esto es,  $dv=dc dl$ . Por lo tanto, según el teorema general, debe darse  $dc dl=cdc$ , con lo que será  $dl=c$ ; pero sabemos que  $dl=cdt$ ; de manera que la ecuación  $dl=c$ , que se desprende del argumento de Hermann, está suponiendo que  $dt$  es constante. Pero esto es justamente lo que habíamos supuesto en la definición general  $v=cc$ , esto es, que para tiempos iguales las potencias son como el cuadrado de las velocidades. Por lo tanto, que los elementos de la potencia sean como los elementos de las velocidades por los elementos del espacio, esto es,  $dv=dc dl$ , debería demostrarse de manera independiente de la constancia de los tiempos (“aliunde”, dice Leibniz) (GM IV 372). El filósofo le sugiere que, puesto que el teorema general afirma que  $dv=cdc$ , y  $c=dl/dt$ , en lugar de definir la diferencial de la fuerza como  $dv=dc dl$ , sería más ajustado decir que  $dv=dc dl/dt$  (GM IV 372).

Hermann recoge la observación y reordena de nuevo correctamente sus fórmulas, introduciendo un elemento que en su primera formulación había quedado implícito. “Si llamamos  $S$  ---dice--- a aquel incremento de la velocidad, que *se extiende* de forma continua acumulándose en el espacio  $dl$  durante el tiempo elemental  $dt$  (...)”, esto es, “si  $S$  es la extensión que se añade a la acción (...), entonces tendremos que  $dv=cdc=Sdl$ ; y como  $dc=Sdt$  y, por lo tanto,  $S=dc/dt$ , será  $dV=cdc=dc dl/dt$ , y finalmente,  $v=cc$ , que es lo que afirmé desde el comienzo” (GM IV 375, 384). Leibniz no tiene, en

principio, nada que objetar a que Hermann entienda esa sollicitación  $S$  como un incremento infinitamente pequeño de la potencia, que se multiplica por los otros incrementos de espacio y tiempo, “pero no veo ---añade--- cómo puedes medir tal elemento de la potencia mediante la medida de la propia potencia aún no establecida” (GM IV 378). Además, si para hacer un argumento *a priori* hemos de elevarnos a la *hipótesis misma*, a la situación más simple, resulta que tal situación no puede ser otra que el movimiento uniforme rectilíneo, en el que no necesitamos incrementos ni aceleraciones, ni cálculo empírico alguno de elementos infinitesimales, pues no se trata de saber qué es lo que la causa produce en otro, *sino qué es lo que produce ella en sí misma* o, en otros términos, no se trata de la producción de la velocidad, sino de lo producido mediante esa velocidad, a saber, el efecto o modificación de la *causa misma* (GM IV 378s, 388s). Por lo tanto, la acción es ya temporal y en sí misma contiene ya el espacio recorrido o efecto, y no veo por qué has de concebirla y *luego* extenderla, de manera que, llamando  $e$  al efecto o espacio recorrido, tendremos, de momento, que  $a=e$ ; pero como la velocidad de la acción puede ser mayor o menor, habremos de añadirle en su definición, ahora sí, la velocidad  $v$  y tendremos finalmente  $a=ev$ . Al mismo tiempo, en la acción va incluida la *potencia*; pero la potencia es algo momentáneo, es aquello cuyo ejercicio temporal es la acción; la potencia se explica en cada momento y, por eso, habrá que añadirla, multiplicarla por el tiempo:  $a=pt$ . En conclusión, (llamando ahora  $e$  al efecto,  $l$  a la longitud o espacio,  $t$  al tiempo,  $v$  a la velocidad,  $c$  al cuerpo,  $p$  a la potencia,  $a$  a la acción), mi combinatoria analítica será, para movimientos uniformes o acción formal:  $a=ev$ ;  $e=cl$ ;  $a=clv$ ;  $l=vt$ ;  $a=ctvv$ ;  $a=pt=ctvv$ ;  $p=cvv$ . Q.E.D. (GM IV 378s, 388s). Leibniz se extiende en exponer a Hermann su corolario de la conservación de las acciones motrices en el mundo (GM IV 379), así como sus tres reglas acerca del choque directo de los cuerpos, que su correspondiente había entendido (GM IV 380s). En el *Doc.* 64, de 22 de diciembre de 1712 (GM IV 383-387), Hermann urge sus objeciones, sobre todo contra la proposición  $a=ev$ , como lo habían hecho Papin, Jacob Bernoulli y

el propio de Volder. Ésta es ---dice Hermann--- la única dificultad que se me ofrece sobre su sutilísima demostración, de la que, no obstante, espero liberarme con esos *Elementos* de Dinámica que su incomparable humanidad y benevolencia me va a confiar y que ya con gran impaciencia espero” (GM IV 385). La respuesta de Leibniz (*Doc.* 65, de 1 de febrero de 1713, GM IV 387-390) es confusa y está revuelta, como él mismo reconoce al final, pero su conclusión es terminante: “Tus definiciones son completamente distintas de las mías; así que discreparemos incluso en los términos mismos. Tú tomas el efecto de manera más amplia [ $e=cl$ ] que yo, equivalente a lo que para mí es la acción [ $a=ev=clv$ ]; por el contrario, entiendes la acción de forma más restrictiva [ $a=p$ ] que yo, equivalente a mi potencia [ $a=pt$ ]. Así no lograremos un encuentro” (GM IV 389).

Con este desalentador final, al que Leibniz no parece tener humor para añadir otras consideraciones metafísicas, Hermann no vuelve más sobre el argumento *a priori*, y en la carta siguiente se lamenta de no poder continuar el debate por falta de tiempo, no sin antes decir a su protector con calculada cortesía: “su última carta me ha liberado completamente de la inquietud que aún me quedaba sobre su Dinámica” (GM IV 392). En las últimas cartas sigue la conversación por otros derroteros: el inminente traslado de Hermann a Frankfurt del Oder, la promoción de Nicolás Bernoulli, los problemas de Leibniz con los ingleses, algunos errores de Newton en el cálculo de series de segundas y terceras diferencias, que Johann Bernoulli y el sobrino Nicolás han descubierto (GM IV 395, GM III 824-835), etc. En septiembre de 1715 aparece por fin el libro de Hermann, que Leibniz (GM IV 398-402, GM III 948, 952) y Bernoulli (GM III 947, 949s, 955, 969) comentan.

Los últimos años de la correspondencia de Leibniz con Johann Bernoulli son verdaderamente asfixiantes. El filósofo sostiene una frenética actividad intelectual en todos los frentes, que tiene asombrado a su amigo Bernoulli (GM III 849, 851s). Podríamos decir, sin embargo, que desde la muerte de de Volder en 1709 Leibniz no modifica sustancialmente sus conquistas científico-metafísicas en lo que al objetivo de este libro concierne, a pesar de sus numerosas



correspondencias y escritos fundamentales, como los *Nouveaux Essais*, la *Théodicée* hasta la *Monadologie*. Lo que no quiere decir que el intercambio con el nuevo profesor de Basilea carezca en absoluto de interés. Todo lo contrario; en él se reflejan, aunque a veces de manera tangencial, todos los logros y obsesiones del último Leibniz. A lo reseñado en los párrafos anteriores conviene, pues, añadir algunas cosas, para terminar este epígrafe.

En 1706, Fr. Bernard, redactor de las *Nouvelles* en Holanda y sucesor provisional de de Volder, publica en la revista el rumor de que los Bernoulli habrían plagiado a Leibniz el nuevo cálculo. Esto ofende profundamente a ambos hombres (GM III 789s). Bernoulli se indigna: “Yo siempre he proclamado públicamente en toda ocasión, y así lo haré siempre, que es a ti a quien se debe la máxima gloria...” (GM III 792). Le exige a Bernard una retractación y Leibniz redacta un escrito para que sea publicado en la revista (GM III 795; texto en GM V 389-392); pero la amistosa polémica surge ahora entre ellos. En el escrito de Leibniz no quedaba suficientemente claro ---reprocha Bernoulli--- “que, tras tu publicación del algoritmo del cálculo diferencial y el método para diferenciar magnitudes, fui yo el primero que por mi propia cuenta pensé en la otra parte del cálculo por la que regresamos de las diferencias a las sumas”. Le recuerda a Leibniz que fue él quien, con esta ocasión, instruyó al hermano Jacob sobre la catenaria y quien explicó luego a De L’Hôpital “todas nuestras reglas, las del cálculo diferencial y las del integral” (...), “de manera que, aunque más joven que tu y que Newton, podría corresponderme a mí con el mismo derecho que a vosotros la gloria de este descubrimiento en lo que se refiere al cálculo integral” (GM III 800s). Pacientemente le responde Leibniz: “Lo que tu llamas ‘cálculo integral’ yo solía llamarlo ‘sumatorio’ (...); siempre he establecido la oposición entre diferencias y sumas (...); y fueron precisamente las sumas las que me hicieron caer en la cuenta del cálculo diferencial, y ésta fue la clave de mi método cuando descubrí en las series numéricas este carácter recíproco, y así sumé muchas series antes no sumadas; traducido esto a líneas, observé que las tangentes respondían a las diferencias y las cuadraturas a las sumas (...). Pero

si tu has descubierto en sumatorios o integrandos alguna técnica que a mí se me haya escapado, gustosamente la reconoceré con la nobleza que siempre te he mostrado” (GM III 802, 809). Al mismo tiempo Leibniz, que vuelve de Berlín cada vez más entusiasmado con el proyecto de la nueva Academia de las Ciencias, proyecta la edición de su *Miscelanea Berolinensia*, “donde podremos publicar libremente nuestros trabajos”, entre ellos el movimiento rectorio, las multigibas y otros muchos que Bernoulli almacenaba (GM III 812, 815, 816, 823, 839, 840, etc.). El primer número de la revista apareció en 1710. En él se contenía, entre otros, un escrito de Leibniz, *Symbolismus memorabilis calculi algebraici et infinitesimalis in comparatione potentiarum et differentialium* (ed. Lamarra II p. 724s). Bernoulli, siempre tan puntilloso, se queja, una vez más, de que Leibniz ha olvidado “que fui yo quien estableció que  $d^{-1}$ ,  $d^{-2}$ ,  $d^{-3}$ , etc., equivalía a  $\int^{+1}$ ,  $\int^{+2}$ ,  $\int^{+3}$ , etc., de donde extraje la regla universal para expresar en serie la suma de las diferencias o integral  $\int ydx$  (GM III 859); y Leibniz: “eso mismo lo había hecho yo muchos años antes, cuando estudiaba las propiedades de los números, y te lo comuniqué a ti” (GM III 863), etc. A propósito de algunos paralogismos supuestamente cometidos por Newton en su primera edición de los *Principia*, que Bernoulli había detectado (GM III 853s, 860- 862, y notas 663, 668), Leibniz se aventura a definir la resistencia de los fluidos en ausencia de lubricidad, pero comete inadvertidamente algunos errores garrafales contra su propia doctrina de la medida de las fuerzas (GM III 864), que Bernoulli benévolamente corrige (GM III 870-872) y Leibniz acepta (GM III 875). Todavía se enredaron en otra larga polémica acerca de la naturaleza de los logaritmos, a propósito del paso de  $-1$  a  $+1$  y de  $+1$  a  $-1$ , planteado por G. Grandi, “que --dice Leibniz-- es siempre una razón imaginaria, pues de ella no hay logaritmo posible” (GM III 881), lo que está suponiendo --- responde Bernoulli--- que los números negativos no tienen logaritmo, lo que habrá que discutir (GM III 886, sigue la polémica GM III 888,895s, 899s...). Ambos se interesan por la publicación de los trabajos del difunto Jacob, sobre todo por su *De arte conjectandi in jure*, que editará el sobrino Nicolás en 1713, quien a su vez prepara

una disertación *De usu artis conjectandi in jure*. Leibniz insiste en la necesidad de estudiar la parte lógica de los grados de probabilidad, como él mismo ya lo había intentado en tiempos (“a puero”, dice) (GM 836, 842, 844, 845s, 847, 850, etc.). Leibniz tiene especial interés en que Bernoulli, que es médico, lea su polémica con Stahl, “que ni él a sí mismo se entiende” (GM III 857, 862, 865, 884, y nota 665); desea que se publiquen las últimas entregas de la *Physica Ecclectica* de Sturm, con quien, recordemos, el filósofo había mantenido varias polémicas, sobre el Tetragonismo y sobre la actividad de la substancia (GM III 856, 860, 863, 870, y notas 162, 664); se muestra aburrido con las impertinencias de Hartsoeker, con quien, a pesar de todo, sigue manteniendo correspondencia (GM III 857, 865ss, 873, y nota 666).

Los tres últimos años de la vida de Leibniz están dolorosamente ensombrecidos con el desdichado enredo de la prioridad de la invención del cálculo. Se sale de los márgenes de mi propósito en este libro dedicarle más espacio a esta cuestión, que últimamente ha narrado con minuciosidad en prof. A. Durán en su edición de la polémica. La correspondencia con Johann Bernoulli contiene, sin embargo, algunos detalles en torno a las estrategias de éste y de Leibniz, que no encuentro en este libro ni siquiera en Westfall o en A.R. Hall (véase Interludio II, notas 720, 726, 728, y en el Apéndice la *Historia et origo calculi differentialis*). Creo haber mostrado al comienzo de esta Introducción, y podrá verse más en mis comentarios, que el acceso de Leibniz al cálculo diferencial e integral obedecía a un proyecto técnico radicalmente distinto del de los ingleses. Se trataba precisamente de liberar al cálculo del engorroso trabajo con series infinitas y de establecer una ecuación diferencial manejable, que permitiera descubrir la continuidad entre el fenómeno sucesivo y la razón estable de su causa interna; era, en definitiva, un proyecto metafísico desde su origen: si hay algo por debajo de lo que observamos y medimos, que haga inteligible la conservación de las fuerzas del universo o, dicho en otros términos, si “hace falta un milagro constante” para que el reloj siga funcionando o si, por el contrario, el reloj mismo es el milagro (GM III 963s). Los minuciosos

y sucios detalles que contiene el *Commercium Epistolicum* y su recensión por parte de Newton, así como la *charta volans* de Leibniz o la actitud no siempre limpia del amigo Bernoulli, pueden impedir visualizar de forma correcta los distintos universos en los que aquellos hombres se movían y el fondo del problema, como se mostró inmediatamente en la breve correspondencia de Leibniz con el “escudero” Clarke (GM III 963), de la que en el intercambio con Bernoulli encontramos los últimos ecos (GM III 935, 951s, 963s, 966, 971).